



Filipe Miguel Matos da Conceição
Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de
Computadores

Radiação por fenda em guia de ondas

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Orientador: Prof^a Doutora Isabel Ventim Neves

Presidente: Prof. Doutor Paulo Pinto
Arguente: Prof. Doutora Maria João Martins
Vogal: Prof. Doutora Isabel Ventim Neves



[Fevereiro de 2012]

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Faculdade de Ciências e Tecnologia

Radiação por fenda em guia de ondas

Por
Filipe Miguel Matos da Conceição

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Orientador: Prof. Doutora Isabel Ventim Neves

Lisboa 2012

Radiação por fenda em guia de ondas. Copyright. Filipe Miguel Matos da Conceição. Faculdade de Ciências e Tecnologia. Universidade Nova de Lisboa. A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Dedicatória e Agradecimentos

Dedico esta dissertação a todos aqueles que contribuíram e contribuem para a evolução do conhecimento.

Agradeço a todos os que me ajudaram ao longo do percurso, desde logo aos meus pais, e às minhas irmãs. À Joana. Aos meus amigos Luís Antunes, Pedro Guerreiro, Henrique Ferrerira. A todas as pessoas do IST que me receberam e ajudaram: a Prof^a. Maria João Martins, o Prof. Carlos Fernandes, o Prof. Custódio Peixeiro, o Tenente (Mestre) João Rodrigues, ao Mestre Hamed Hasani e ao técnico de laboratório António Almeida pela forma como me receberam e por toda a ajuda. Agradeço à minha orientadora, a Prof^a. Isabel Ventim Neves por todo o apoio e por ter estado sempre disponível.

Resumo

Esta dissertação consiste num estudo das características de radiação de uma fenda longitudinal montada na parede fina de um guia de ondas de secção rectangular.

Há várias disposições possíveis para fendas montadas em guias deste tipo. Existe muito material científico para estudá-las. No entanto, as fendas longitudinais nas paredes finas não têm levantado muito interesse. A falta de material científico disponível na literatura sobre este tipo de fendas dita a necessidade de mais estudos deste tipo.

O estudo incide sobre o campo radiado pela fenda, ao nível da sua configuração, através dos diagramas de radiação e sobre um estudo cuidado sobre a impedância de uma fenda deste tipo. A analogia com as linhas de transmissão é descrita. Alguma teoria normalmente usada na literatura disponível sobre este e outros tipos de fendas é discutida.

É construída uma fenda num guia de secção rectangular com as medidas padrão da banda X e os resultados obtidos são apresentados. Os diagramas de radiação estão em concordância com os previstos a nível teórico e com os obtidos através de simulação. Não existe material científico para calcular teoricamente a impedância da fenda pelo que não foi possível prever o seu valor. Uma análise cuidada desta impedância da fenda mostra que técnicas muitas vezes referidas, como o princípio de Babinet, não resultam para fendas em guia de onda. Os estudos disponíveis para o cálculo analítico deste parâmetro incidem sobre as fendas na parede larga do guia.

Está postulado que este tipo de fendas não pode ser ressonante. Neste trabalho mostra-se o contrário, sendo para tal apresentadas simulações que o confirmam.

Palavras Chave: fenda longitudinal, parede estreita, parede fina, fenda em guia de ondas, impedância fenda

Abstract

The present work consists of a study of the radiation characteristics of a longitudinal slot in the narrow wall of a rectangular waveguide.

There are several possible locations for slots in rectangular waveguides. There is plenty of scientific material available to study them. However, longitudinal slots in the narrow wall haven't been a matter of great interest. The lack of scientific material on this type of slots dictates the need for more studies like the present one.

This study covers the radiated fields through the slot, their configuration, by means of their radiation patterns, and also on the driving-point impedance of this type of slot. The transmission line analogy is described. Some of the commonly used theory to find solutions for slot problems is discussed.

A slot is cut into a waveguide with the X-band dimensions and the results are presented. The predicted radiation patterns are in agreement with the measured ones and with the results obtained by means of simulation. There is no scientific material available to predict the value of the slot impedance. A careful analysis of the slot impedance shows that, technics often cited such as Babinet's principle, cannot produce results if the main goal is to produce an array of slots in a waveguide. Other technics or studies developed to the analytical calculation of this parameter focus on slots in the broad wall of the guide, enhancing the difficulty of the problem.

This type of slots was set aside because it is postulated that it cannot be a resonant slot. In this work it is shown that it can resonate and simulation results confirming it are presented.

Keywords: longitudinal slot, narrow-wall, tick-wall, slot in waveguide, slot impedance

Nomenclatura utilizada

Nomenclatura de carácter geral

Vectores e grandezas complexas

Letra a bold - Vector

\mathbf{e}_a - Versor do vector a

\mathbf{n} - Versor perpendicular a uma superfície

j - complexo ($\sqrt{-1}$)

Letra com acento circunflexo - Amplitude complexa

Letra a bold com acento circunflexo - Vector de amplitude complexa

Texto normal - Grandeza real pura

Sistemas de eixos coordenados

Coordenadas rectangulares - \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y , \mathbf{e}_z (triedro directo)

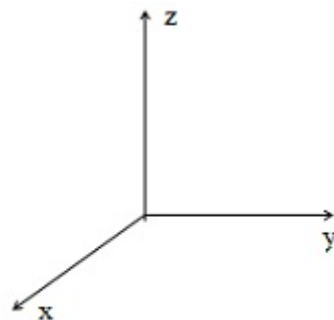


Figura 1: Sistema de coordenadas esféricas em que a fenda se insere [1]

Coordenadas esféricas - \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_θ , \mathbf{e}_ϕ (triedro directo)

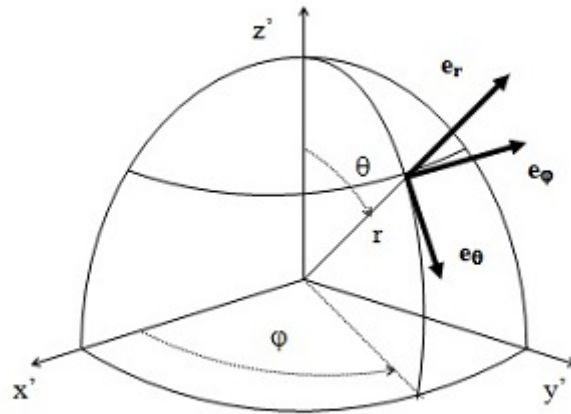


Figura 2: Sistema de coordenadas esféricas em que a fenda se insere [1]

Operadores diferenciais

Rotacional - $\nabla \times$

Divergência - $\nabla \cdot$

Gradiente - ∇

Lista de símbolos

- a - dimensão transversal maior do guia
a' - dimensão maior da fenda
A - Potencial vector [$Wb.m^{-1}$]
b - dimensão transversal menor do guia
b' - dimensão menor da fenda
c - velocidade da luz no vácuo [$m.s^{-1}$]
d - distância entre o centro da fenda à extremidade do guia
e - número de Nepper
E - Campo eléctrico [$V.m^{-1}$]
f - frequência de trabalho [Hz]
H - campo magnético [$A.m^{-1}$]
J - densidade de corrente [$A.m^{-2}$]
J_m - densidade de corrente magnética [$V.m^{-2}$]
J_l - densidade linear de corrente [$A.m^{-1}$]
J_{le} - densidade linear de corrente de origem eléctrica [$A.m^{-1}$]
J_{lm} - densidade linear de corrente de origem magnética [$V.m^{-1}$]
k - constante de propagação [$rad.m^{-1}$]
 k_x - constante de propagação segundo x [$rad.m^{-1}$]
 k_y - constante de propagação segundo y [$rad.m^{-1}$]
 k_z - constante de propagação segundo z [$rad.m^{-1}$]
 k_c - constante de propagação de corte [$rad.m^{-1}$]
m - Índice do modo segundo x
n - Índice do modo segundo y
r, **r'**, **r''** e **s** - Vectores de posição
r, R, R_1 e R_2 - raios de curvatura [m]
t - Índice tangencial
T - Índice transversal
U - Amplitude de campo generalizado [$V.m^{-1}$] ou [$A.m^{-1}$]
x - eixo coordenado
y - eixo coordenado
z - eixo coordenado
 α , θ , χ , ϕ e φ - ângulos [$^\circ$] ou [rad]

- β - constante de fase [$rad.m^{-1}$]
 ϵ_0 - constante dielétrica do ar [$F.m^{-1}$]
 λ_0 - comprimento de onda [m]
 λ_z - comprimento de onda segundo z [m]
 λ_c - comprimento de onda de corte [m]
 μ_0 - permeabilidade magnética do ar [$H.m^{-1}$]
 ρ_e - densidade de carga eléctrica [$C.m^{-3}$]
 ρ_m - densidade de carga magnética [$T.m^{-1}$]
 ρ_s - densidade superficial de carga eléctrica [$C.m^{-2}$]
 ω - frequência angular [$rad.s^{-1}$]
 Φ - Potencial escalar (V)

Lista de Figuras

1	Sistema de coordenadas esféricas em que a fenda se insere [1]	ix
2	Sistema de coordenadas esféricas em que a fenda se insere [1]	x
1.1	Fotografia do guia de ondas usado nesta dissertação	2
2.1	Guia de ondas e o sistema de eixos usado. Curto-circuito representado a cinzento. [2]	6
2.2	Guia de ondas com a fenda nele montada. A fenda interrompe dois zeros das linhas de corrente quando alimentado à frequência de trabalho.	11
2.3	Representação do guia e fenda com o curto circuito a cinzento	11
3.1	Zonas de campo [3]	14
3.2	centering	18
3.3	Primeiro equivalente [1]	20
3.4	Segundo e terceiro equivalentes: volume preenchido com a) conductor eléc- trico perfeito. b) conductor magnético perfeito [1]	21
3.5	Abertura em plano condutor [1]	22
3.6	Abertura genérica [1]	22
3.7	Sistema de eixos aplicado à fenda feita no guia	23
3.8	Diagrama de radiação em espaço livre no plano E	25
3.9	Diagrama de radiação em espaço livre no plano H	25
3.10	Diagrama de radiação em plano condutor no plano E	26
3.11	Diagrama de radiação em plano condutor no plano H	26
4.1	Princípio de Huygens [4]	31

4.2	Aplicação do princípio de Huygens ao problema da fenda [4]	33
4.3	superfície fechada envolvendo um ponto P [4]	34
4.4	superfície fechada envolvendo um ponto P aplicada ao problema da difrac- ção na abertura [4]	35
4.5	Ângulos aplicados na expressão 4.8 [4]	37
5.1	Diferentes tipos de fenda [5]	42
5.2	Modelo de linha com impedância equivalente ao guia com a fenda	43
5.3	Modelo de linha com impedância equivalente ao guia com a fenda, ambos terminados em curto circuito	43
5.4	Z_x em paralelo com Z_{fenda} na linha	44
5.5	Fenda com ângulo de inclinação θ na parede fina de um guia [6]	45
5.6	Fotografia de um agregado ressonante de fendas em paredes finas de guias de onda [5]	46
5.7	Modelo de reflexão de ondas dentro de um guia	47
5.8	Fase do parâmetro S_{11} entre os 9 e os 10 GHz para a simulação nº 7	48
5.9	Princípio de Babinet com uma fonte de luz [7]	49
5.10	Fonte de tensão fictícia a alimentar uma fenda [8]	50
5.11	Campos radiados pelo dipolo atravessam o obstáculo apenas pela fenda [7] .	51
5.12	Campos radiados pelo dipolo atravessam o obstáculo à volta da tira [7] . . .	52
5.13	Campos radiados pelo dipolo sem presença de obstáculo [7]	52
5.14	Modelo de linha equivalente à folha infinita com a fenda	53
5.15	Modelo de linha equivalente à tira como obstáculo à passagem dos campos .	54
5.16	Tira metálica alimentada ao centro [8]	55
5.17	Equivalência entre tira e condutor cilíndrico [3]	56
5.18	Distância d entre o ponto de leitura do parâmetro S_{11} e o centro da fenda .	60
6.1	Diagrama de radiação medido no plano E	64
6.2	Diagrama de radiação medido no plano H	64
6.3	Fenda iluminada num ambiente escuro na mesma vista de perfil com foco na fenda	65

6.4	Diagrama de radiação simulado, no plano H	67
6.5	Diagrama de radiação simulado, no plano E	67
6.6	Diagrama de radiação 3D numa vista com o guia de ondas	68
6.7	Diagrama de radiação simulado, numa perspectiva tridimensional do plano H [9]	68
6.8	Diagrama de radiação simulado, numa perspectiva tridimensional do plano E [9]	69
6.9	Montagem para medida do coeficiente de reflexão à entrada do guia com a fenda.	71
6.10	Diagramas de radiação medidos experimentalmente, a ponteadado, e os cal- culados a partir da teoria de Huygens-Fresnel, a linha contínua. A linha tracejada corresponde ao diagrama de uma fenda montada em plano con- dutor infinito [10] , [11]	74

Lista de Tabelas

1.1	Tabela resumo das dimensões da fenda e dimensões transversais do guia de ondas usado	4
2.1	Valores numéricos	7
3.1	Tabela de correspondências entre grandezas eléctricas e magnéticas	16
5.1	Variação da impedância da fenda com a altura b' para o valor $a'=0.45\lambda_0$. .	47
5.2	Variação da impedância da fenda com a espessura das paredes do guia . . .	60
6.1	Tabela resumo dos resultados obtidos para a medição do coeficiente de reflexão	72

Índice

Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vii
Nomenclatura	viii
Lista de Símbolos	xi
1 Introdução	1
1.1 Guia	2
1.2 Fenda	3
2 Campos dentro do guia	5
2.1 Onda progressiva	6
2.2 Onda regressiva	8
2.3 Onda estacionária	8
3 Campos radiados	13
3.1 Introdução	13
3.2 Zona distante	13
3.3 Dualidade das equações de Maxwell	15
3.4 Potencial vector e potencial escalar	16
3.5 Problemas equivalentes	19
3.6 Campos radiados pela fenda	22

3.7	Diagramas de radiação	24
4	Difracção na fenda	29
4.1	Princípio de Huygens-Fresnel	30
4.2	Teorema integral de Kirchhoff	34
5	Impedância da fenda	41
5.1	Analogia com as linhas de transmissão	41
5.2	Fendas ressonantes	45
5.3	Princípio de Babinet	48
5.4	A tira metálica como um dipolo	55
5.5	Considerações sobre o princípio de Babinet	58
5.6	Aplicação do princípio de Babinet	58
6	Resultados experimentais	63
6.1	Análise de resultados	63
6.1.1	Diagramas de radiação	63
6.1.2	Impedância da fenda	70
6.2	Discussão de resultados	72
6.2.1	Discussão dos diagramas de radiação	73
6.2.2	Discussão da impedância da fenda	75
7	Conclusões	79
7.1	Considerações sobre o estudo realizado	79
7.2	Perspectivas de trabalho futuro	81
	Bibliografia	83

Capítulo 1

Introdução

As fendas em guias de ondas são usadas há já alguns anos porque provaram constituir um sistema de radiação eficiente.

Esta dissertação tem como objectivo estudar as características de uma fenda longitudinal na parede fina de um guia de ondas de secção rectangular, a propagar o modo fundamental, TE_{10} .

No projecto de antenas por fendas em guias de onda, dois dos parâmetros mais relevantes e também dos mais complexos são os diagramas de radiação e a impedância da fenda. Os diagramas de radiação descrevem o comportamento ou configuração dos campos radiados na zona distante.

A impedância da fenda é um parâmetro fundamental, pela analogia estabelecida entre este tipo de guias e as linhas de transmissão. Normalmente são montadas várias fendas num mesmo guia, formando um agregado de fendas, com o objectivo de se obter um maior ganho e diagramas de radiação específicos. Essas fendas correspondem a impedâncias ao longo da linha, o que torna o cálculo da impedância da fenda isolada um parâmetro fundamental. Tal como na linha de transmissão, o interesse, normalmente, é de se ter uma carga adaptada para uma transmissão máxima de potência. Quando se constrói um agregado de fendas, o objectivo é o mesmo, e não pode ser alcançado sem um cálculo da impedância própria de cada uma das fendas.

Estas são as características em estudo nesta dissertação sobre um tipo de fendas, as fendas longitudinais na parede fina de um guia de secção rectangular, sobre o qual não

existe praticamente nenhuma informação. Os autores que se têm dedicado aos estudo das fendas em guias de ondas não têm tido interesse por fendas deste tipo, e existe muito pouco material científico para o seu estudo. Surge assim a necessidade de recorrer a métodos numéricos computacionais para estudar o seu comportamento e destes métodos resulta, normalmente, apenas a apresentação de resultados.

1.1 Guia

Para estudar a fenda, escolheu-se um guia de dimensões transversais com medidas padrão na banda X (ver tabela 1.1). O guia está representado na figura 1.1.



Figura 1.1: Fotografia do guia de ondas usado nesta dissertação

Também no projecto de agregados, os guias podem ser terminados em curto circuito ou com uma carga adaptada, quando são alimentados numa extremidade por um oscilador Gunn. Neste caso, o guia é alimentado numa extremidade e terminado em curto circuito na outra, para se obter uma onda estacionária no seu interior. Terminações em curto circuito dão origem a agregados mais eficientes pela soma, em fase ou em oposição de fase, das ondas incidente e reflectida [5].

1.2 Fenda

As questões imediatas são onde colocar a fenda, com que orientação, que forma e que dimensões a fenda terá. A localização da fenda foi pré definida, e é feita na parede fina do guia.

Foi escolhida a forma rectangular para a fenda, porque esta geometria permite uma simplificação dos cálculos com o uso de coordenadas rectangulares. Ainda assim, a escolha da forma não deverá ser feita com base neste critério na busca das soluções de interesse sem ter em conta que outros parâmetros, como o rendimento da antena, possam ser dependentes. No caso do rendimento, por exemplo, o objectivo deverá ser sempre o de obter um rendimento máximo. No entanto, a forma rectangular é a forma mais usada para fendas em guias de onda, e também o será neste estudo.

A energia radiada pela fenda deverá ser directamente proporcional às suas dimensões. Assim, consegue-se à partida, um bom desempenho da antena e uma simplificação na busca de soluções para o problema.

A orientação definida é de que a fenda tem a sua dimensão maior, a' , paralela com a direcção longitudinal do guia. O objectivo é o de ter a fenda a cortar o maior número de linhas de corrente, na parede fina, entre dois valores mínimos dessas linhas, ou seja, $a' = \frac{\lambda_z}{2}$. O centro da fenda, ou seja, o ponto central da sua dimensão maior, é colocado de forma a coincidir precisamente com o máximo dessas linhas de corrente, e as suas extremidades muito próximas dos referidos mínimos. A dimensão menor da fenda, b' , foi também decidida previamente e estes valores figuram na tabela 1.1. Esta decisão foi tomada antes de se iniciar o presente trabalho porque é comum considerar-se haver uma relação proporcional entre o número de linhas de corrente interrompidas e o rendimento da abertura.

a (mm)	22.8×10^{-3}
b (mm)	10×10^{-3}
a' (mm)	$\frac{\lambda_z}{2} = 22.3$
b' (mm)	2

Tabela 1.1: Tabela resumo das dimensões da fenda e dimensões transversais do guia de ondas usado

Capítulo 2

Campos dentro do guia

Num sistema de propagação guiada como um guia de ondas, o interesse maior é o de obter soluções para as equações de Maxwell em onda progressiva. A energia está confinada dentro do guia e os campos eléctrico e magnético, nas suas componentes transversais, têm a forma geral

$$\hat{\mathbf{E}}^T(x, y, z, t) = \hat{\mathbf{E}}(x, y)e^{j(\omega t - k_z z)} [V.m^{-1}] \quad (2.1)$$

$$\hat{\mathbf{H}}^T(x, y, z, t) = \hat{\mathbf{H}}(x, y)e^{j(\omega t - k_z z)} [A.m^{-1}] \quad (2.2)$$

o que significa variação espacial e temporal harmónica. A variação temporal explícita não é relevante para a solução dos campos quer dentro do guia quer radiados pela fenda, e por isso será omitida nas equações.

O guia é feito de material bom condutor. Na maior parte dos casos, um metal pode ser aproximado por um condutor eléctrico perfeito [12], sendo os resultados quase sempre satisfatórios.

Como o guia é terminado em curto-circuito, quando alimentado, ter-se-á uma onda incidente, que se propaga no sentido negativo do eixo z da figura 2.1. No curto-circuito, em $z = 0$, ocorre um fenómeno de reflexão total que origina uma onda reflectida. Tem-se

por isso uma onda estacionária ao longo do guia que define a estrutura ondulatória.

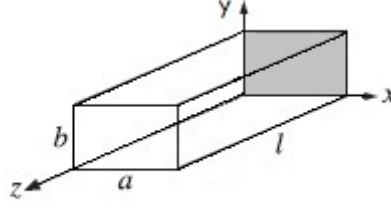


Figura 2.1: Guia de ondas e o sistema de eixos usado. Curto-circuito representado a cinzento. [2]

O objectivo desta secção é de partir das soluções bem conhecidas dos campos que propagam dentro de um guia de ondas de secção transversal rectangular, em onda progressiva, no modo fundamental, e chegar às soluções dos campos dentro do guia em onda estacionária.

2.1 Onda progressiva

As soluções dos campos do guia em onda progressiva são:

$$\hat{H}_x = j \frac{k_z k_x}{k_m^2 - k_z^2} \hat{H}_{z0} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{jk_z z} [A.m^{-1}] \quad (2.3)$$

$$\hat{H}_y = j \frac{k_z k_y}{k_m^2 - k_z^2} \hat{H}_{z0} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{jk_z z} [A.m^{-1}] \quad (2.4)$$

$$\hat{\mathbf{E}}^T = Z_{TE}(\hat{\mathbf{H}}^T \times \mathbf{e}_z) [V.m^{-1}] \quad (2.5)$$

É importante fixar agora os valores para as variáveis em jogo. A tabela 2.1 contém todos os valores usados.

Variável	Expressão	Valor numérico
m	-	1
n	-	0
f	-	9.4 GHz
a	-	2.28 cm
b	-	1 cm
λ_0	$\frac{c}{f}$	3.91 cm
k	$\frac{2\pi}{\lambda_0}$	196.97 $rad s^{-1}$
k_z	$\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$	140.62 $rad s^{-1}$
k_x	$\frac{m\pi}{a}$	137.79 $rad s^{-1}$
k_y	$\frac{n\pi}{b}$	0 $rad s^{-1}$
k_c	$\frac{m\pi}{a}$	137.79 $rad s^{-1}$
λ_z	$\frac{2\pi}{k_z}$	4.47 cm
Z_{TE}	$Z_0 \frac{k}{k_z}$	528 Ω
Z_0	-	120 π Ω

Tabela 2.1: Valores numéricos

Como no guia se propaga o modo fundamental, TE_{10} , vem $m = 1$, $n = 0$ e $k_y = 0$, e surgem as soluções bem conhecidas

$$\hat{H}_z = \hat{H}_{z0} \cos(k_x x) e^{-jk_z z} [A.m^{-1}] \quad (2.6)$$

$$\hat{H}_x = jk_z k_x \hat{H}_{z0} \sin(k_x x) e^{-jk_z z} [A.m^{-1}] \quad (2.7)$$

$$\hat{H}_y = 0 [A.m^{-1}] \quad (2.8)$$

$$\hat{\mathbf{E}}^T = Z_{TE}(\hat{H}_x(\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_z)) = -Z_{TE}jk_z\hat{H}_{z0}\sin(k_x x)e^{jk_z z}\mathbf{e}_y [V.m^{-1}] \quad (2.9)$$

que define a onda que propaga em direcção ao curto circuito.

2.2 Onda regressiva

Sobre o curto circuito vai agora ocorrer reflexão total. Para se chegar às soluções dos campos reflectidos têm de ser somadas as componentes de cada campo da onda incidente e reflectida no curto circuito, e da onda reflectida, que propagam segundo $-z$ no caso da onda incidente e segundo z no caso da onda reflectida. Atendendo a que

$$\frac{\hat{E}_y^R}{\hat{E}_y^I} = \frac{\hat{H}_z^R}{\hat{H}_z^I} = -1 \quad (2.10)$$

e tendo ainda em conta que a onda incidente é progressiva e a onda reflectida é regressiva os sinais de k_z têm de ser ajustados em conformidade (sinal $-$ para onda progressiva e sinal $+$ para onda regressiva), chega-se à onda estacionária.

2.3 Onda estacionária

Fazendo agora a soma de todas as componentes de campo eléctrico e magnético resulta o conjunto de soluções

$$\begin{aligned} \hat{H}_{xi} + \hat{H}_{xr} &= j\frac{k_z k_x}{k_c^2}\hat{H}_0\sin(k_x x)(e^{-jk_z z} - e^{jk_z z}) = \\ &= -2\frac{k_z k_x}{k_c^2}\hat{H}_0\sin(k_x x)\sin(k_z z) [A.m^{-1}] \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{zi} + \hat{H}_{zr} &= \hat{H}_0\cos(k_x x)(e^{-jk_z z} - e^{jk_z z}) = \\ &= 2j\hat{H}_0\cos(k_x x)\sin(k_z z) [A.m^{-1}] \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned}
\hat{E}_{yi} + \hat{E}_{yr} &= -j \frac{Z_0 k k_x}{k_c^2} \hat{H}_0 \sin(k_x x) (e^{-jk_z z} + e^{jk_z z}) = \\
&= -j \frac{Z_0 k k_x}{k_c^2} \hat{H}_0 \sin(k_x x) \cos(k_z z) [V.m^{-1}]
\end{aligned} \tag{2.13}$$

As expressões finais são então

$$\hat{H}_x = 2 \frac{k_z k_x}{k_c^2} \hat{H}_0 \sin(k_x x) \sin(k_z z) [A.m^{-1}] \tag{2.14}$$

$$\hat{H}_z = -2j \hat{H}_0 \cos(k_x x) \sin(k_z z) [A.m^{-1}] \tag{2.15}$$

$$\hat{E}_y = -j \frac{Z_0 k k_x}{k_c^2} \hat{H}_0 \sin(k_x x) \cos(k_z z) [V.m^{-1}] \tag{2.16}$$

e representam a distribuição de campos em onda estacionária dentro do guia.

Nas secções seguintes é mostrado em detalhe como se podem calcular os campos radiados pela fenda partindo das soluções das distribuições de corrente sobre uma qualquer superfície.

No que respeita à distribuição de linhas de corrente nas paredes internas do guia, \hat{J}_l , a sua expressão é

$$\hat{J}_l = \mathbf{n} \times \hat{\mathbf{H}}_t [A.m^{-2}] \tag{2.17}$$

em que \mathbf{n} é o versor normal à parede, que aponta para o interior do guia.

A condição fronteira para o condutor eléctrico perfeito impõe o anulamento das componentes tangenciais de campo eléctrico e das componentes normais de campo magnético. Nas paredes laterais e neste sistema de eixos coordenados (figura 2.1), em $x = 0$ ou $x = a$

deverá resultar campo eléctrico nulo uma vez que $\hat{\mathbf{E}}_y$ é tangencial às paredes laterais e componente normal de campo magnético, $\hat{\mathbf{H}}_x$, nula. Vem

$$\hat{\mathbf{E}}_y = -j \frac{Z_0 k k_x}{k_c^2} \hat{H}_0 \sin(0) \cos(k_z z) = 0 \text{ [V.m}^{-1}] \quad (2.18)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_x = 2 \frac{k_z k_x}{k_c^2} \hat{H}_0 \sin(0) \sin(k_z z) = 0 \text{ [A.m}^{-1}] \quad (2.19)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_z = -2j \hat{H}_0 \sin(k_z z) \text{ [A.m}^{-1}] \quad (2.20)$$

Vê-se agora que o andamento espacial de $\hat{\mathbf{H}}_z$ ao longo do eixo z , partindo do curto circuito, é sinusoidal. Este andamento é o mesmo que o andamento de $\hat{\mathbf{J}}_l$ para $x = 0$ e $x = a$ ao longo do mesmo eixo, por 2.17. A distância entre os zeros de $\hat{\mathbf{H}}_z$ ou $\hat{\mathbf{J}}_l$ são os valores que anulam $\sin(k_z z)$ e vem

$$\sin(k_z z) = 0 \Leftrightarrow k_z z = p\pi \Leftrightarrow z = p \frac{\pi}{\frac{2\pi}{\lambda_z}} = \frac{p\lambda_z}{2} \quad (2.21)$$

onde p é um número inteiro. Conclui-se então que essa distância é múltipla de $\frac{\lambda_z}{2}$. Da relação 2.17 conclui-se ainda que as linhas de corrente $\hat{\mathbf{J}}_l$ nas paredes laterais do guia são verticais, e portanto perpendiculares à dimensão maior da fenda.

A fenda é aqui colocada por se ter definido que a sua dimensão maior iria ser de aproximadamente $a' = \frac{\lambda_z}{2}$, de forma a interromper as linhas de corrente entre dois zeros. As figuras 2.2 e 2.3 mostram o guia com a fenda nele contruída e as distâncias.



Figura 2.2: Guia de ondas com a fenda nele montada. A fenda interrompe dois zeros das linhas de corrente quando alimentado à frequência de trabalho.

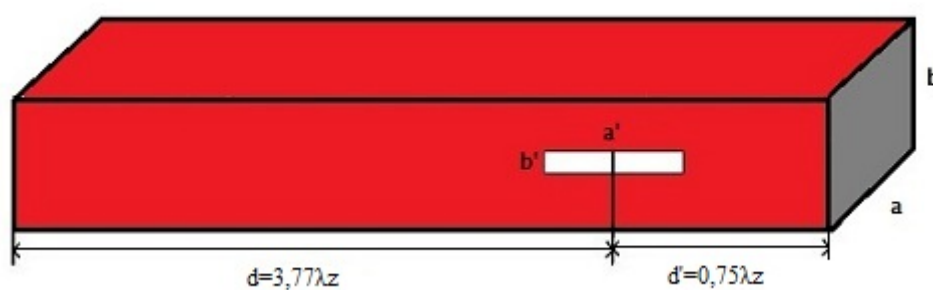


Figura 2.3: Representação do guia e fenda com o curto circuito a cinzento

Capítulo 3

Campos radiados

3.1 Introdução

A fenda feita no guia irá radiar energia electromagnética para o exterior. É claro que será conveniente prever qual a configuração dos campos eléctrico e magnético e qual a sua amplitude. No entanto estas configurações dos campos podem variar muito consoante a distância a que estão da fenda, ou de qualquer antena em geral.

Neste capítulo pretende-se chegar a uma expressão para os campos radiados pela fenda, na zona distante, definida de seguida. Para o fazer, recorre-se à dualidade das equações de Maxwell, potencial vector e potencial escalar, e ao teorema de equivalência entre superfícies.

3.2 Zona distante

Podem então definir-se 3 zonas de campo no que diz respeito à distância a que se encontram da antena [3].

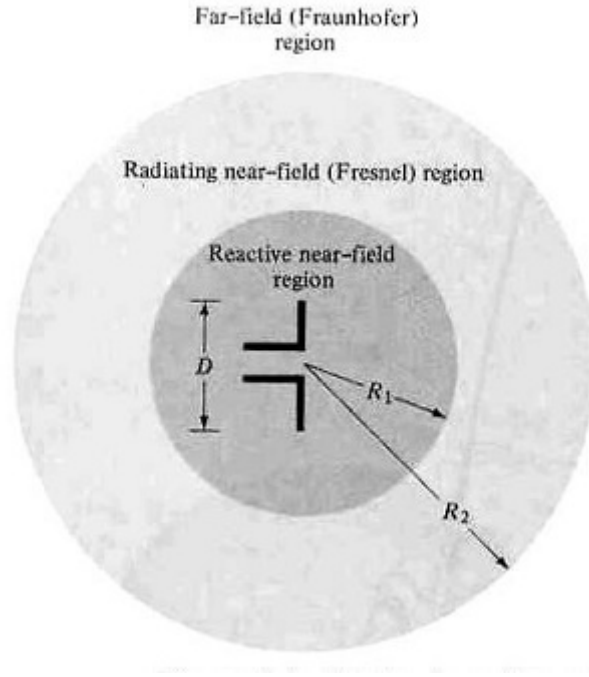


Figura 3.1: Zonas de campo [3]

As fronteiras entre estas zonas são definidas pelas circunferências de raios R_1 e R_2 mostradas na figura 3.1. No interior da circunferência de raio R_1 predominam campos com carácter reactivo. No anel entre as circunferências de raios R_1 e R_2 predominam campos que podem ter ainda componentes radiais significativas, ou seja, a sua configuração poderá depender bastante da distância à antena. Nestas duas zonas a previsão da configuração espacial dos campos envolve cálculos complexos. No entanto, não é necessário ter em consideração as configurações de campos nestas zonas no dimensionamento de uma antena porque as antenas são feitas para comunicações à distância, e normalmente só interessa a configuração dos campos a distâncias superiores a R_2 . No exterior da circunferência de raio R_2 , denominada zona distante, apenas existem os chamados campos de radiação, ou campos na zona distante. É sabido que nesta zona a configuração dos campos é inversamente proporcional à distância à antena e que as suas componentes são puramente transversais. Existem mais que um resultado para R_1 e R_2 mas por norma são usadas as fórmulas

$$R_1 = 0.62 \times \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \quad (3.1)$$

$$R_2 = \frac{2D^2}{\lambda} \quad (3.2)$$

em que D é a dimensão maior da antena. Para o problema em estudo obtém-se

$$D = \frac{\lambda_z}{2} \Rightarrow R_2 = 2 \frac{(\frac{\lambda_z}{2})^2}{\lambda} = \frac{0,000998285244}{0,031914893617} = 0,03128m = 3.128 \text{ cm} \quad (3.3)$$

O objectivo deste capítulo é então o de mostrar como se podem calcular os campos radiados na zona distante pela fenda no guia de ondas partindo do conhecimento da distribuição dos campos dentro do guia, como se podem relacionar esses campos com distribuições de corrente sobre a fenda, e como a partir dessas distribuições de corrente se podem obter as soluções dos campos radiados. Estas soluções serão obtidas recorrendo ao potencial vector e ao potencial escalar, e aplicando a dualidade das equações de Maxwell. O conhecimento dos campos dentro do guia e a sua relação com as distribuições de corrente na fenda será mostrada com a aplicação dos chamados problemas equivalentes, mais à frente.

3.3 Dualidade das equações de Maxwell

É frequente a aplicação do princípio da dualidade das equações de Maxwell na resolução de problemas de aberturas. O objectivo desta secção é o de descrever a dualidade das equações de Maxwell, como pode ser usada na resolução de problemas de aberturas de uma forma generalizada e ainda como será usada no caso particular desta dissertação.

As equações de Maxwell envolvem distribuições de corrente e de carga eléctricas, denominadas \mathbf{J} e ρ , filiadas em grandezas eléctricas, reais. É possível considerar que nas equações de Maxwell intervêm também distribuições de corrente e carga com origem em fontes magnéticas, fictícias, denominadas por \mathbf{J}_m e ρ_m . Usando este princípio, o que se está a considerar é que o campo radiado pela abertura é resultante de distribuições de corrente e distribuições de carga de origem eléctrica e de origem magnética sobre a superfície. Para se poder escrever estas equações de Maxwell duais existe uma correspondência entre grandezas que se denomina normalmente por dicionário da dualidade. Neste dicionário, a correspondência entre grandezas é mostrada na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Tabela de correspondências entre grandezas eléctricas e magnéticas

Grandezas eléctricas	Grandezas magnéticas
ε_0	μ_0
μ_0	ε_0
ρ_e	ρ_m
\mathbf{J}_e	\mathbf{J}_m
\mathbf{E}_e	\mathbf{H}_m
\mathbf{H}_e	$-\mathbf{E}_m$
\mathbf{A}_e	\mathbf{A}_m
Φ_e	Φ_m
k	k
c	c
Z_0	$\frac{1}{Z_0}$

Como os campos na zona distante são devidos a distribuições de corrente e de carga com origem em fontes eléctricas e magnéticas pode aplicar-se o princípio da sobreposição, expressões 3.4 e 3.5.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_e + \mathbf{E}_m \text{ [V.m}^{-1}\text{]} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_e + \mathbf{H}_m \text{ [A.m}^{-1}\text{]} \quad (3.5)$$

3.4 Potencial vector e potencial escalar

O cálculo dos campos eléctrico e magnético radiados é feito recorrendo ao potencial vector e ao potencial escalar. A estas duas grandezas a seguir definidas estão associadas, respectivamente, uma distribuição de corrente e uma distribuição de carga, e é possível, através delas, calcular o campo radiado.

Partindo do seguinte conjunto de equações

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\nabla \Phi \quad (3.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{d\Phi}{dt} = 0 \quad (3.8)$$

em que as duas primeiras saem directamente das equações de Maxwell e a última é a condição de Lorentz, chega-se a

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \mathbf{J} \quad (3.9)$$

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (3.10)$$

Considere-se agora variação temporal harmónica, da forma $e^{j\omega t}$. Nas condições iniciais em que se tem um volume V' que encerra as fontes de campo, a solução para o potencial vector e potencial escalar num ponto P , exterior ao volume, e à distância r'' de um ponto interior (figura 3.2) são

$$\hat{\mathbf{A}}(P, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\hat{\mathbf{J}}(P') e^{j(\omega t - kr'')}}{r''} dV' \quad (3.11)$$

$$\hat{\Phi}(P, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{V'} \frac{\hat{\rho}(P') e^{j(\omega t - kr'')}}{r''} dV' \quad (3.12)$$

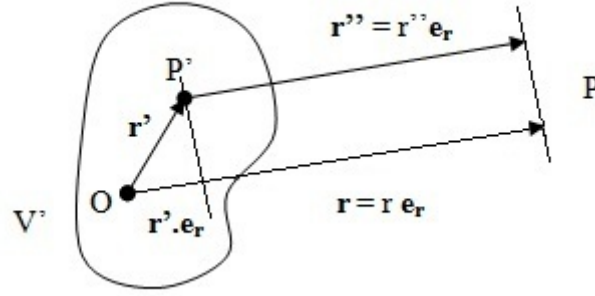


Figura 3.2: Volume V' que encerra as fontes. P' é um ponto interior, P é um ponto exterior e O é origem das coordenadas [1]

A relação entre os potenciais vector e escalar e as distribuições de corrente e de carga fica assim descrita. No entanto pode-se simplificar os integrais envolvidos considerando-se o ponto P a uma distância suficientemente grande para que se possa considera \mathbf{r}'' e \mathbf{r} paralelos (figura 3.2). Neste caso, podem-se fazer as seguintes aproximações

$$\frac{e^{-jkr''}}{r''} = \frac{e^{-jk(r-\mathbf{r}' \cdot \mathbf{e}_r)}}{r - \mathbf{r}' \cdot \mathbf{e}_r} = \frac{e^{-jkr}}{r} e^{-jk\mathbf{r}' \cdot \mathbf{e}_r} \quad (3.13)$$

e tem-se finalmente

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} \int_{V'} \hat{\mathbf{J}}(P') e^{jk\mathbf{r}' \cdot \mathbf{e}_r} dV' \quad (3.14)$$

$$\hat{\Phi} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} \int_{V'} \hat{\rho}(P') e^{jk\mathbf{r}' \cdot \mathbf{e}_r} dV' \quad (3.15)$$

Usando os resultados anteriores, os campos eléctrico e magnético podem ser calculados apenas em função do potencial vector:

$$\hat{\mathbf{E}} = \frac{c^2}{j\omega} \nabla (\nabla \cdot \hat{\mathbf{A}}) - j\omega \hat{\mathbf{A}} \quad (3.16)$$

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \hat{\mathbf{A}} \quad (3.17)$$

com

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{j(wt-kr)}}{r} \int_{V'} \hat{\mathbf{J}}(P') e^{j\mathbf{k}\mathbf{r}'} \cdot \mathbf{e}_r dV' \quad (3.18)$$

Verifica-se ainda, na zona de radiação, a equivalência formal $\nabla = -j\mathbf{k}$, em que $\hat{\mathbf{k}} = k\mathbf{e}_r$, desprezando, em coordenadas esféricas, os termos em $\frac{1}{r^2}$ e $\frac{1}{r^3}$ face ao termo $\frac{1}{r}$ [1]. Resulta, aplicando esta equivalência às expressões 3.16 e 3.17

$$\hat{\mathbf{E}} = -jw\hat{\mathbf{A}}^T = \hat{\mathbf{E}}^T \quad (3.19)$$

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{Z_0} \mathbf{e}_r \times \hat{\mathbf{E}}^T = \hat{\mathbf{H}}^T \quad (3.20)$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{A}}^T + \hat{A}_r \mathbf{e}_r \quad (3.21)$$

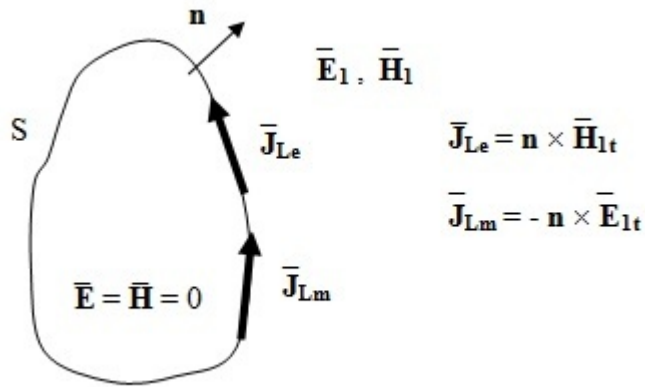
3.5 Problemas equivalentes

Analisando pela primeira vez o problema das antenas constituídas por fendas em guia de ondas, apenas são conhecidas soluções dos campos dentro do guia, e o resultado a que se quer chegar é o das soluções dos campos radiados. Partir das expressões dos campos dentro do guia e tentar chegar ao resultado pretendido é algo extremamente complexo, e portanto o que se faz geralmente é uma aproximação que consiste em criar configurações equivalentes ao problema original, denominados "equivalentes", sem que o resultado seja

alterado e de forma a simplificar significativamente os cálculos.

A sequência de problemas equivalentes apresentada de seguida é conhecida como o teorema de equivalência entre superfícies [3], e é válida para qualquer situação em que se parta do paradigma inicial de se ter um qualquer volume que encerra fontes de campo, e a partir do qual se quer calcular as expressões dos campos radiados, \mathbf{E}_1 e \mathbf{H}_1 na figura 3.3. Para o conseguir imagina-se uma superfície S na figura 3.3. Nessa superfície são colocadas distribuições lineares de corrente, de origem eléctrica ou magnética, ou ambas, de forma a satisfazer as condições fronteira. A escolha destas distribuições é feita de forma a que, dentro da superfície os campos sejam nulos, e fora dela os campos sejam iguais aos produzidos pelas fontes reais, interiores ao volume, como mostra a figura 3.3. Denomina-se esta situação como primeiro equivalente, figura 3.3.

Tem-se agora que os campos radiados são causados por distribuições de corrente sobre a superfície, e as fontes de campo dentro da superfície não têm agora relevância. Podem anular-se por isso os campos dentro da superfície e manter tudo o resto (figura 3.3).



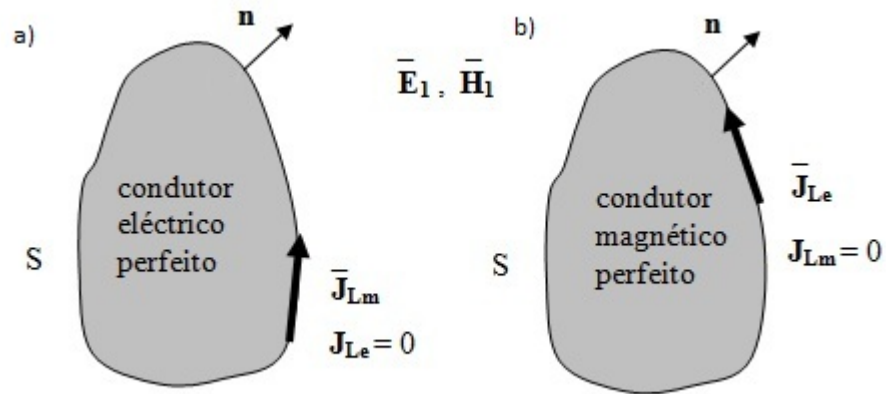
situacao eq-jpg.pdf

Figura 3.3: Primeiro equivalente [1]

Uma vez que agora o campo é nulo dentro da superfície pode-se considerar que, em vez de se ter uma superfície oca como até aqui, se tem uma superfície cujo interior é completamente preenchido por material condutor perfeito, eléctrico ou magnético, figura 3.4.

Em cada uma destas novas configurações equivalentes, considera-se que uma das dis-

tribuições superficiais de corrente é nula, como mostra a figura 3.4, a) e b).



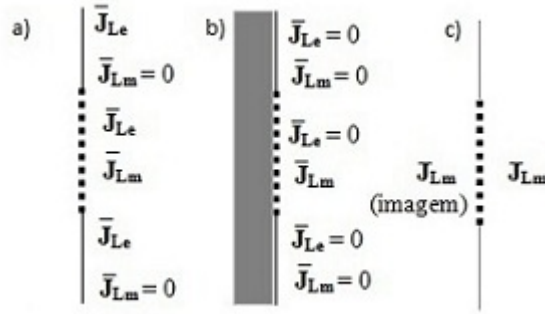
situacao eq.jpg

Figura 3.4: Segundo e terceiro equivalentes: volume preenchido com a) condutor eléctrico perfeito. b) condutor magnético perfeito [1]

Considere-se agora uma abertura montada numa superfície de condutor perfeito, que se fecha pelo infinito, ilustrada na figura 3.5. Nesta figura representa-se de perfil a abertura, a pontado, e a superfície condutora, a cheio. Sobre o plano condutor perfeito vem $\hat{E}_t = 0$ e portanto $\hat{J}_{lm} = 0$. Sobre a abertura, ambas as distribuições de corrente \hat{J}_{le} e \hat{J}_{lm} estão definidas.

Se se preencher o volume com condutor eléctrico perfeito, resulta ambas as distribuições \hat{J}_{le} e \hat{J}_{lm} nulas sobre a superfície do condutor, e $\hat{J}_{le} = 0$ e $\hat{J}_{lm} \neq 0$ sobre a abertura, como mostra a figura 3.4 a).

Para recuperar a configuração original da abertura montada no plano condutor perfeito, retira-se o condutor e aplica-se o método das imagens (figura 3.5 c)), resultando, sobre a abertura:



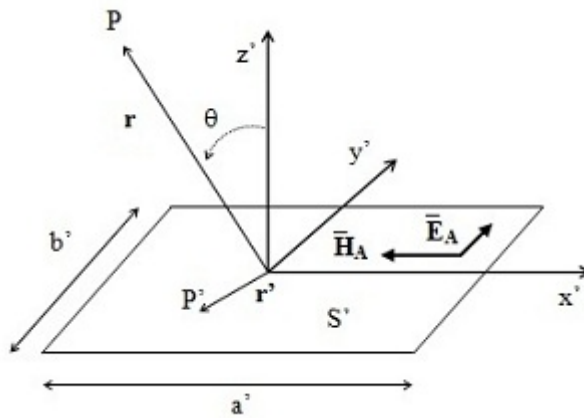
situacao eq.jpg

Figura 3.5: Abertura em plano condutor [1]

$$\hat{J}_{lm} = -2\mathbf{n} \times \hat{\mathbf{E}}^t [Vm^{-1}] \quad (3.22)$$

Como foi introduzido no início deste capítulo, o objectivo é chegar ao cálculo dos campos radiados partindo de uma ou mais distribuições de campo sobre as paredes de uma superfície. A distribuição de corrente sobre uma superfície é, em geral, obtida desta forma. Até aqui foi descrita uma superfície genérica. Na aplicação prática deste princípio é conveniente fazer coincidir os limites dessa superfície com os limites físicos feitos de material condutor no caso em estudo [3]. No caso em estudo, os limites físicos do guia são condutores e por isso podem-se considerar as paredes do guia como a superfície fechada que encerra as fontes de campo, e em que a abertura é a fenda nela montada.

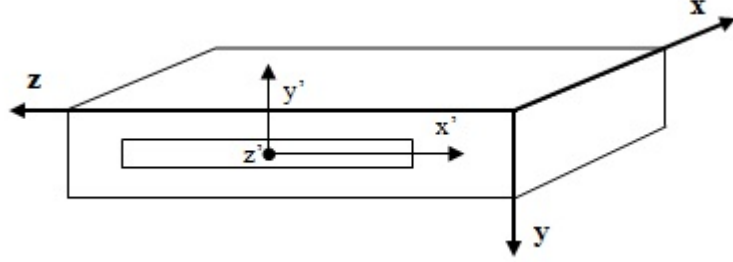
3.6 Campos radiados pela fenda



generica.jpg

Figura 3.6: Abertura genérica [1]

Considere-se uma abertura plana, rectangular, sobre a qual os campos exibem polarização uniforme (figura 3.6), em espaço livre, ou montada numa folha infinita, de material conductor eléctrico perfeito. No primeiro caso, o campo filia-se em correntes superficiais $\hat{\mathbf{J}}_{le}$ e $\hat{\mathbf{J}}_{lm}$, e portanto em $\hat{\mathbf{A}}_e$ e $\hat{\mathbf{A}}_m$, e no segundo caso, apenas em $\hat{\mathbf{J}}_{lm}$.



no guia.jpg

Figura 3.7: Sistema de eixos aplicado à fenda feita no guia

No caso concreto da fenda montada no guia, como ilustrada na figura 3.7, sobre a qual a distribuição de campo é dada por

$$\hat{\mathbf{E}}_A = \hat{E}_0 \cos\left(\frac{\pi}{a'}x'\right)\mathbf{e}'_y \quad (3.23)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_A = \frac{\hat{E}_A}{Z_0}\mathbf{e}'_x \quad (3.24)$$

As expressões do campo eléctrico radiado para a fenda em espaço livre e em plano condutor, são dadas por, respectivamente [1]

$$\hat{\mathbf{E}} = -j\frac{\hat{E}_0}{\lambda r}\frac{\pi}{2}e^{j(wt-k.r)}a'b'\frac{\cos(X)}{X^2 - (\frac{\pi}{2})^2}\frac{\sin(Y)}{Y}\frac{1 + \cos\theta}{2}(\sin\varphi\mathbf{e}_\theta + \cos\varphi\mathbf{e}_\varphi) [V.m^{-1}] \quad (3.25)$$

$$\hat{\mathbf{E}} = -j\frac{\hat{E}_0}{\lambda r}\frac{\pi}{2}e^{j(wt-k.r)}a'b'\frac{\cos(X)}{X^2 - (\frac{\pi}{2})^2}\frac{\sin(Y)}{Y}(\sin\varphi\mathbf{e}_\theta + \cos\varphi\cos\theta\mathbf{e}_\varphi) [V.m^{-1}] \quad (3.26)$$

em que

$$X = k\frac{a'}{2}\cos(\varphi)\sin(\theta) [rad] \quad (3.27)$$

$$Y = k \frac{b'}{2} \sin(\varphi) \sin(\theta) \text{ [rad]} \quad (3.28)$$

3.7 Diagramas de radiação

Os diagramas de radiação são apresentados em duas dimensões, nos chamados plano E e plano H . O plano E corresponde ao plano que intercepta os eixos \mathbf{e}'_z e \mathbf{e}'_y na figura 3.7. O plano H é plano que intercepta os eixos \mathbf{e}'_z e \mathbf{e}'_x da mesma figura. Em termos de ângulos verifica-se que $\varphi = 0^\circ$ para o plano H , e $\varphi = 90^\circ$ para o plano E . O ângulo θ varia livremente.

O diagrama de radiação é dado por $\frac{|E(\theta, \phi)|}{|E_{max}|}$. A intensidade máxima de campo radiado verifica-se quando $\theta = 0$ e vale

$$|E_{max}| = \left| \frac{a'b'\hat{E}_0}{\lambda r} \right| \frac{2}{\pi} \quad (3.29)$$

Seguem-se os diagramas de radiação nos planos E e H , que foram computados no software Matlab, para a fenda montada em espaço livre, figura 3.8 e figura 3.9, e em plano condutor, figura 3.10 e figura 3.11, respectivamente:

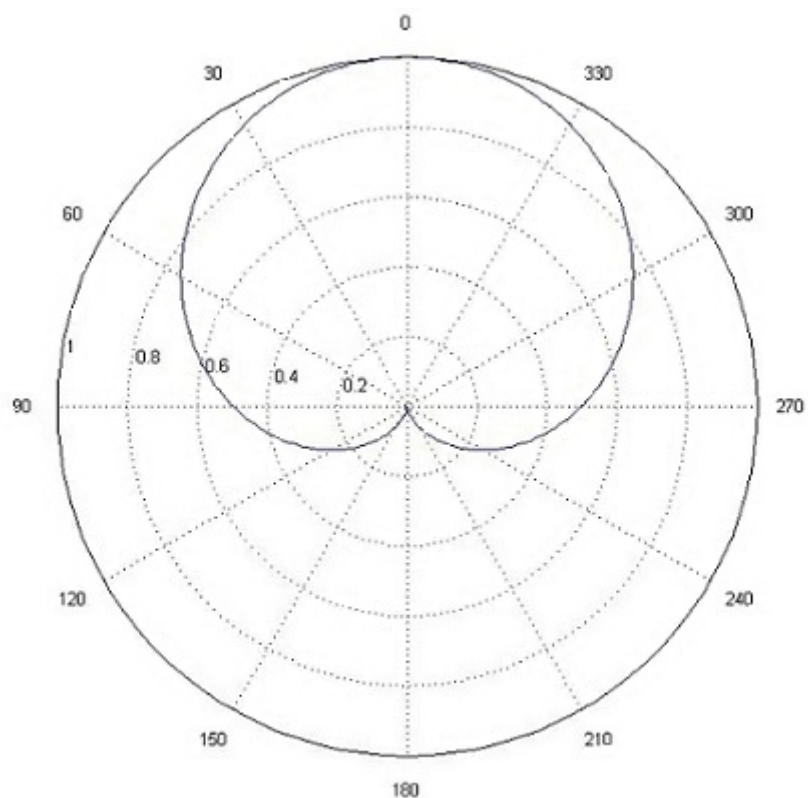


Figura 3.8: Diagrama de radiação em espaço livre no plano E

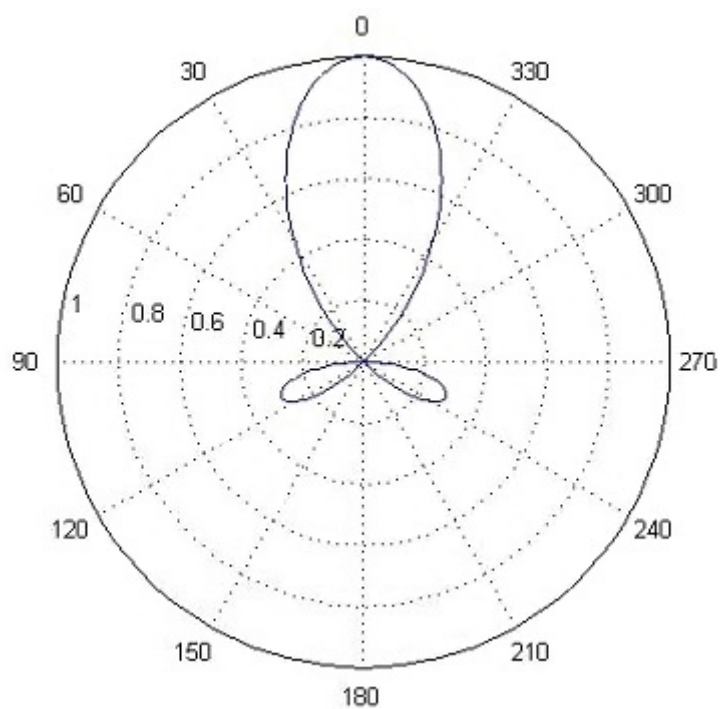


Figura 3.9: Diagrama de radiação em espaço livre no plano H .

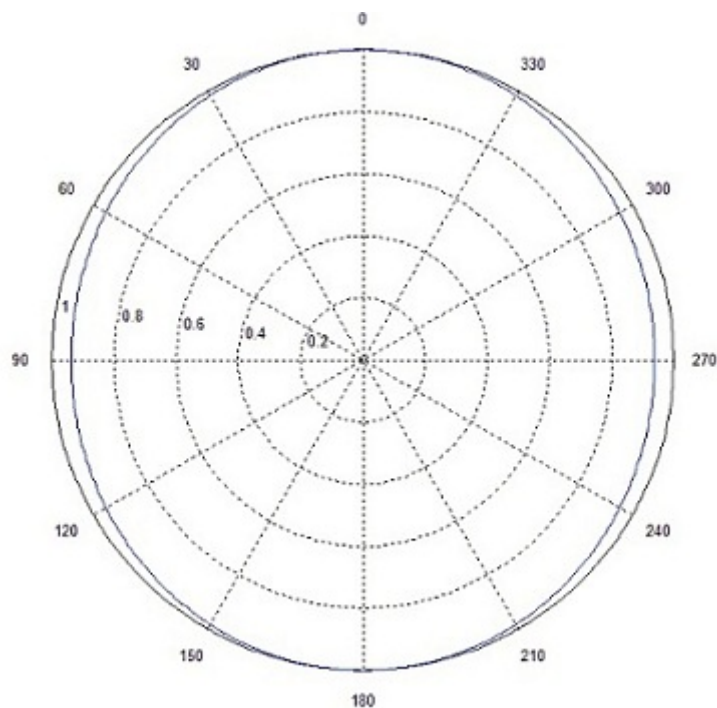


Figura 3.10: Diagrama de radiação em plano condutor no plano E

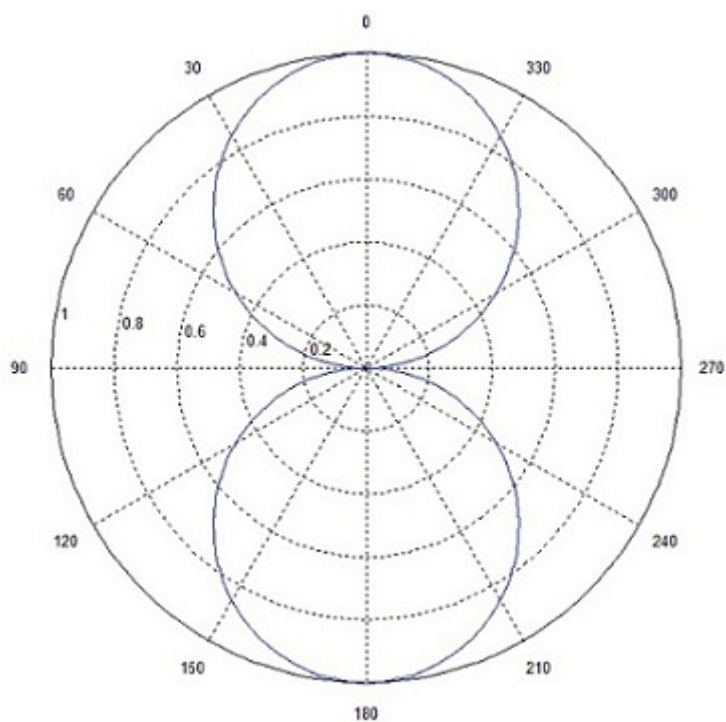


Figura 3.11: Diagrama de radiação em plano condutor no plano H .

As figuras 3.10 e 3.11 ilustram, como foi referido, os diagramas de radiação para uma

fenda montada numa folha condutora perfeita, de dimensões infinitas. Estes diagramas de radiação são exactamente iguais, na sua forma, aos diagramas de radiação de um dipolo de meia onda, a radiar em espaço livre, como defendido em [7], [3] e [8]. A única diferença que têm entre si os diagramas de radiação destas duas estruturas, é a de que os campos eléctrico e magnético encontram-se rodados de 90° . Esta rotação deve-se ao facto de, nas duas estruturas, o campo eléctrico que origina a energia radiada estar polarizado de forma diferente. Se o campo eléctrico da fenda estiver polarizado com orientação vertical, no dipolo estará orientado na horizontal. Esta rotação relaciona-se com o princípio de Babinet, apresentado à frente.

Alguma literatura defende que os diagramas de radiação da fenda terão a mesma forma que os apresentados para uma folha condutora infinita, ou para o dipolo de meia onda. Isto não corresponde à verdade. Esta atribuição dos diagramas deverá advir da aproximação que se fez no capítulo anterior, e que é largamente usada, de assumir que a fenda está montada numa folha infinita para o cálculo dos campos radiados. Na realidade, existe um fenómeno de difracção dos campos na fenda que faz com que a previsão mais correcta para a forma dos diagramas de radiação seja a expressão usada para uma fenda montada em espaço livre. Este fenómeno é o tema em discussão no próximo capítulo.

Capítulo 4

Difracção na fenda

Quando uma onda electromagnética atravessa uma abertura ocorre um fenómeno de difracção. Este fenómeno ocorre também no guia quando a energia sai pela fenda e tem que ser tido em conta porque altera a estrutura ondulatória dos campos na zona distante, e os processos usados para achar as soluções dos campos radiados não são suficientes. À semelhança do princípio de Babinet, apresentado à frente, também o fenómeno de difracção, discutido nesta secção, pode ser visto como uma extensão de um princípio da óptica. Pretende-se aqui mostrar de que forma os campos radiados são afectados à passagem da energia pela fenda, para fora do guia, pelo fenómeno de difracção nos limites da fenda. É considerada a aproximação de se ter a fenda montada numa folha fina e infinita em vez de no guia real, em que essa folha é feita de material condutor eléctrico perfeito.

Os resultados obtidos com esta aproximação podem ser usados para depois explicar a difracção na fenda montada num guia de ondas [13]. O tema será dividido em 2 partes: o princípio de Huygens-Fresnel e o teorema integral de Kirschhoff. Embora sejam métodos diferentes, ambas as teorias culminam numa solução que pode ser usada na resolução de problemas de difracção em aberturas. A essa solução chama-se, geralmente, factor de inclinação ou de obliquidade. O teorema integral de Kirschhoff é exposto pois é a partir dele que se chega à expressão do factor de inclinação. O princípio de Huygens-Fresnel é capaz de mostrar como se pode chegar à solução dos campos radiados multiplicando o factor de inclinação pelas soluções encontradas nas secções 3.3 e 3.5. A discussão é generalizada mas no final, os dois métodos são aplicados ao caso concreto em estudo.

O problema da fenda montada no guia é, neste capítulo, modelado como uma fenda montada numa folha condutora infinita, que é iluminada por uma fonte que radia a uma determinada distância da folha. Os campos radiados pela fonte iluminam a fenda e atravessam-na. Esta é uma modelação válida para problemas de radiação por fendas [14].

4.1 Princípio de Huygens-Fresnel

Huygens parece ter sido o primeiro autor a propor uma teoria sólida sobre o assunto. O chamado princípio de Huygens refere que todos os pontos de uma frente de onda podem ser considerados como o centro de uma perturbação secundária que dá origem a ondas esféricas de menor intensidade. Num qualquer instante temporal posterior, essa frente de onda pode ser considerada a fonte desta perturbação secundária. Este postulado parecia descrever a teoria de propagação de ondas. No entanto, a sua utilização para resolução de problemas, ou para justificar o fenómeno de difracção, surge com Fresnel. Fresnel usou o princípio de Huygens juntamente com a teoria de interferência para elaborar uma teoria de como estas ondas esféricas afectariam os campos. Do princípio de Huygens surgem estas "pequenas" ondas esféricas cujo centro é na frente de onda e o princípio de interferência tenta explicar a interacção, ou literalmente, a interferência entre a onda que se propaga numa direcção rectilínea e as novas ondas esféricas. A figura 4.1 apresenta um modelo para o princípio de Huygens. Fresnel formulou a sua teoria a partir desta situação.

Na figura, em P_0 , está uma carga pontual radiante. Esta carga é, de acordo com o princípio de Huygens, um ponto de uma frente de onda que deu origem à onda esférica assinalada pelo arco S . Fresnel tentou demonstrar como a onda esférica iria interferir com a propagação da onda usando a construção da figura 4.1, onde se tem uma vista de perfil da situação descrita. O ponto P é o ponto onde se tenta achar o resultado da interferência, ou o campo total. Fresnel demonstrou que essa interferência deve ser calculada achando a contribuição de cada um dos pontos da semi circunferência S , o ponto genérico Q na figura 4.1. Esse ponto Q desloca-se ao longo de S alterando o valor do ângulo χ . O ângulo χ é sempre o ângulo entre uma normal ao arco S , na direcção radial, e o segmento de recta PQ ou s , e é geralmente denominado como ângulo de difracção. Fresnel conseguiu

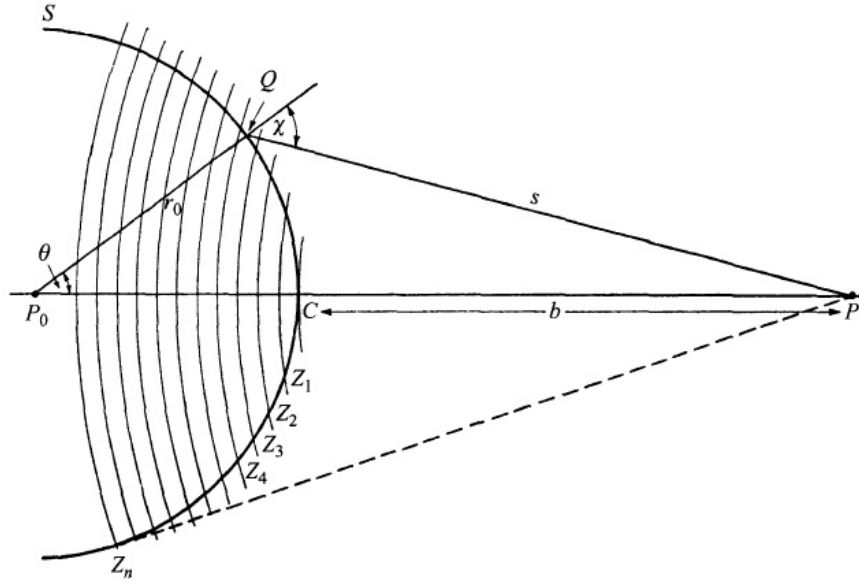


Figura 4.1: Princípio de Huygens [4]

mostrar que a contribuição de um elemento ∂S para o campo U no ponto P , estando o elemento ∂S colocado sobre o ponto Q , pode ser dada por:

$$\partial U(P) = K(\chi) \frac{Ae^{jkr_0}}{r_0} \frac{e^{jks}}{s} dS \quad (4.1)$$

Considere-se as 3 parcelas na equação 4.1: a parcela $\frac{Ae^{jkr_0}}{r_0}$ representa a solução do campo devido à onda esférica em cada ponto Q . A parcela $\frac{e^{jks}}{s}$ representa a atenuação com a distância s e o atraso de fase, necessário de se ter em consideração devido à propagação de Q a P . Finalmente $K(\chi)$ representa aquilo a que Fresnel chamou factor de inclinação. Este factor de inclinação é a chave da teoria de difracção.

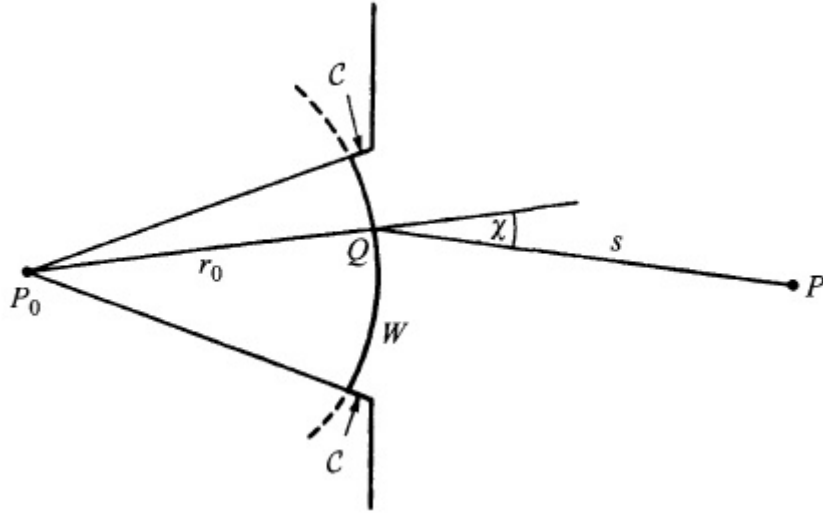
Relativamente à parcela $\frac{Ae^{jkr_0}}{r_0}$ é conveniente dizer ainda que, se ela representa a solução do campo num ponto Q ao longo da semi circunferência S , sempre à mesma distância r_0 da carga pontual que lhe dá origem, então esta parcela é igual para qualquer ponto Q sobre S . Como a parcela que representa o campo no ponto Q é constante resulta

$$U(P) = \frac{Ae^{jkr_0}}{r_0} \iint_S \frac{e^{jks}}{s} K(\chi) dS \quad (4.2)$$

Nesta expressão, que foi o produto da teoria de Fresnel recorrendo ao princípio de Huygens, verifica-se que a solução $U(P)$ pode ser alcançada resolvendo o integral. No entanto o factor de inclinação ou de obliquidade continuou por resolver porque este modelo não tem uma base matemática forte o suficiente para se chegar a uma expressão para $K(\chi)$.

O que foi até aqui descrito é o princípio de Huygens-Fresnel. Ainda que o factor de inclinação não esteja resolvido vai-se agora progredir para a aplicação desta teoria no problema da fenda. Ao introduzir a fenda montada na folha condutora infinita no problema, as afirmações feitas ao longo deste capítulo vão ficar mais claras.

Considere-se a mesma situação descrita pelo princípio de Huygens, figura 4.1. Agora, a folha que contém a fenda é colocada de forma tangencial ao ponto Q, o mais à direita possível (no ponto C na figura 4.1), e de forma a que este ponto coincida precisamente com o centro da fenda. Considera-se também que a distância r_0 é muito grande, ou seja, e de acordo com Huygens, considerando um atraso no tempo em relação a P_0 . Tem-se como resultado uma semi-circunferência cujo arco S é agora de dimensões consideráveis e é também bastante maior do que a fenda, figura 4.2. Faz-se a aproximação de que a energia radiada pela fenda pode ser representada por uma onda esférica com origem na carga pontual P_0 . Considera-se o instante de tempo em que a frente de onda esférica chega à abertura mas não a ultrapassa. Como a folha que contém a abertura é colocada tangencialmente no ponto C, e a vista é de perfil, a folha é representada pela linha vertical da figura 4.2 e a interrupção nesta linha representa a abertura.



a fenda.jpg

Figura 4.2: Aplicação do princípio de Huygens ao problema da fenda [4]

Por inspecção da figura 4.2 surge de imediato uma conclusão: como a folha que contém a abertura é de material condutor perfeito, a contribuição de todo o arco S na figura 4.1 para a interferência no ponto P fica agora reduzida ao pedaço de arco W . Este arco está colocado sobre a abertura, uma vez que a interferência causada pelo restante arco S é impedida de passar pela folha condutora. Se o raio r_0 for muito grande, pode ainda considerar-se que a essa porção de arco W pode ser aproximada pelas dimensões planas da abertura. Agora, o integral dos campos sobre o arco S , na expressão 4.2, corresponde ao integral dos campos sobre a abertura, e para os quais a solução já é conhecida.

Assim, a expressão 4.2 fica reduzida ao integral de superfície dos campos na fenda, e no qual os limites de integração são a área da fenda. O que resta da expressão 4.2 é $K(\chi)$, que ainda está por calcular. No entanto, retira-se da aplicação do princípio de Huygens-Fresnel na fenda que, na zona distante, basta achar as soluções para o campo radiado como no capítulo anterior, e multiplicar depois por $K(\chi)$.

Fresnel nunca conseguiu chegar a uma expressão para o factor de inclinação. No entanto, os seus resultados experimentais fizeram-no concluir que os valores de $K(\chi)$ se repetiam para $\chi = 0$ e para $\chi = \frac{\pi}{2}$. Para estes ângulos de difracção, teria sempre $K(0) = 1$ e $K(\frac{\pi}{2}) = 0$. O caso particular de $\chi = 0$ permitiu também verificar que o princípio de Huygens era consistente com a propagação de uma onda numa trajectória rectilínea.

4.2 Teorema integral de Kirchhoff

Kirchhoff conseguiu chegar a um teorema integral que descreve a solução homogénea da onda, num qualquer ponto do espaço, em função da solução dos campos sobre uma superfície fechada à volta desse ponto. Este princípio não é novo no âmbito desta dissertação: à semelhança do que foi exposto anteriormente, também este teorema permite partir do conhecimento dos campos sobre uma superfície para chegar à solução dos campos num ponto do espaço. Apesar da semelhança, o ponto sobre o qual se pretendem achar as soluções está, desta vez, envolvido pela superfície S na figura 4.3.

Não terá interesse nesta dissertação mostrar como se chega ao teorema integral de Kirchhoff, assunto apresentado em [4], mas terá interesse apresentar o teorema e aplicá-lo no caso concreto da fenda montada numa folha condutora. O objectivo é chegar a uma expressão para o factor de inclinação, algo que não foi concretizado por Fresnel.

A figura 4.3 representa uma superfície genérica S' que envolve o ponto P , onde se pretendem achar as soluções dos campos.

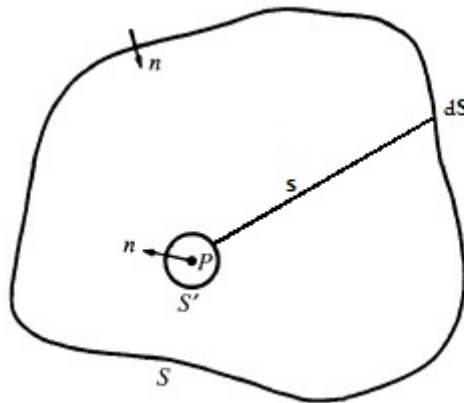


Figura 4.3: superfície fechada envolvendo um ponto P [4]

S representa uma superfície que também envolve o ponto P , e \mathbf{s} representa um vector entre um infinitésimo dS , onde o campo vale dU , e o ponto P .

Nestas condições, Kirchhoff deduziu que o campo no ponto P pode ser calculado com recurso à expressão

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{jks}}{s} \right) - \frac{e^{jks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS. \quad (4.3)$$

Esta expressão representa o teorema integral de Kirchhoff e enquanto que $U(P)$ representa o campo a calcular no ponto P , U representa a solução do campo sobre a superfície S (figura 4.3). Kirchhoff mostrou que o seu teorema integral pode ser reduzido a uma forma simples, em muitos casos. Um dos casos que estudou foi precisamente o da passagem de campos por uma abertura, e concluiu que o princípio de Huygens-Fresnel poderia ser visto como uma aproximação ao seu integral, no caso particular da abertura. Para o mostrar formulou uma superfície fechada à volta de um ponto P , na figura 4.4, onde se pretende calcular o campo. Os campos neste ponto P são afectados pelo fenómeno de difracção na abertura. Considera-se que uma carga pontual radiante é colocada no ponto P_0 . Mais uma vez, desta carga resulta um ponto de uma frente de onda, tal como formulado por Huygens. A situação está ilustrada na figura 4.4,

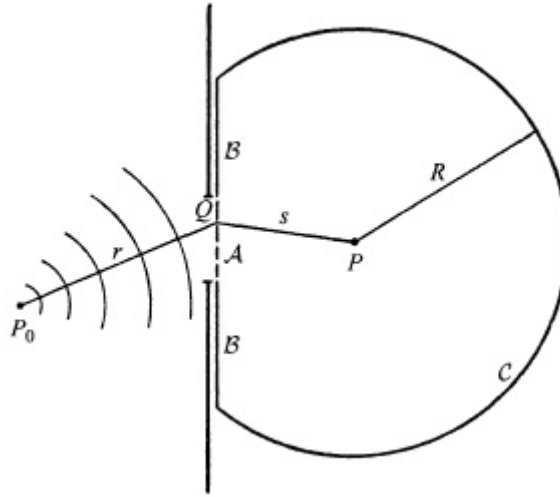


Figura 4.4: superfície fechada envolvendo um ponto P aplicada ao problema da difracção na abertura [4]

A folha fina que contém a abertura é representada pela linha vertical e a abertura é representada pela interrupção nesta linha. Esta situação é em tudo semelhante à da figura 4.2, só que, desta vez, é incluída uma superfície fechada que envolve o ponto P .

Essa superfície é constituída por 3 troços, A , B e C . A é a superfície coincidente com a abertura, B é coincidente com parte da folha condutora e C é a calote esférica de centro no ponto P e raio R .

Aplicando o integral de Kirchhoff, resulta que é necessário ter o conhecimento dos campos ao longo de toda a superfície para que se possa chegar à solução do problema. Aplicando ao integral resulta

$$\begin{aligned}
 U(P) &= \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{jks}}{s} \right) - \frac{e^{jks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS = \\
 &= \frac{1}{4\pi} \left(\iint_A + \iint_B + \iint_C \right) \left(U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{jks}}{s} \right) - \frac{e^{jks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Agora, devem ser conhecidos os campos nestas 3 zonas que formam a superfície fechada. No entanto, podem de novo ser feitas aproximações que simplificam a resolução do problema. No troço de superfície B , os campos podem ser considerados nulos. Esta aproximação foi feita repetidas vezes ao longo desta dissertação porque se considera a fenda montada numa folha feita de condutor perfeito, e onde só se têm campos não nulos sobre a abertura.

Se se considerar a distância R muito grande, de forma a que a superfície C esteja bem afastada do ponto P , pode-se também considerar a amplitude dos campos sobre o troço de superfície C nulo. Na realidade, essa amplitude diminui à medida que a distância aumenta, mas nunca se anula. Para que se possa fazer esta aproximação, recorre-se ao factor tempo. Em todo este trabalho tem sido omitida a variação temporal harmónica. Para se aproximar o campo na superfície C como nulo, considera-se agora um instante temporal. Esse instante é tal que se considera a propagação da onda desde a fonte situada no ponto P_0 , até à abertura, seguida da propagação até ao ponto P . Este é o instante considerado. Fixando o tempo neste ponto, pode dizer-se que a onda atravessou a fenda, ocorreu o fenómeno de difracção, os campos fazem-se sentir agora no ponto P , mas, relativamente à superfície C , as ondas ainda não lá chegaram. São portanto nulos os campos

sobre C neste instante. A variação temporal harmónica pode continuar ainda omitida, sem perda de generalidade. O resultado, e também objectivo destas aproximações feitas por Kirchhoff, é que a integração feita em 4.4, fique reduzida à superfície A . Resulta

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_A \left(U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{jks}}{s} \right) - \frac{e^{jks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS \quad (4.5)$$

Nesta equação tem-se

$$U = \frac{Ae^{jkr}}{r} \quad (4.6)$$

e, representando genericamente (n, r) como o ângulo entre dois vectores vem

$$\frac{\partial U}{\partial n} = \frac{Ae^{jkr}}{r} \cos(n, r) \left(jk - \frac{1}{r} \right) \quad (4.7)$$

Desprezando nas derivadas em ordem à direcção normal à folha conductora, Kirchhoff chegou à expressão que ficaria conhecida como a fórmula de difracção de Fresnel-Kirchhoff. Para o campo no ponto P resulta assim

$$U(P) = -\frac{jA}{2\lambda} \iint_A \frac{e^{jk(r+s)}}{rs} [\cos(n, r) - \cos(n, s)] dS \quad (4.8)$$

e onde os ângulos (n, r) e (n, s) estão representados na figura 4.5.

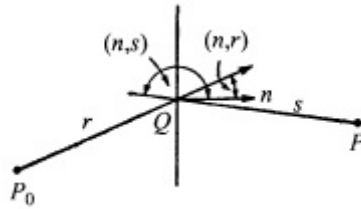


Figura 4.5: Ângulos aplicados na expressão 4.8 [4]

Como se está a considerar que o ponto P_0 está a uma distância muito grande da abertura, e considerando que r da figura 4.4 é horizontal, vem que o ângulo $(n, r) = 0$, e

portanto, $\cos(n, r) = 1$. Para que o ângulo (n, s) coincida com o ângulo usado por Fresnel, faz-se $\chi = \pi - (n, s)$ e usando a notação da figura 4.1, tem-se r_0 em vez de r e vem que

$$U(P) = -\frac{j}{2\lambda} \frac{Ae^{jkr_0}}{r_0} \iint_A \frac{e^{jks}}{s} [1 + \cos(\chi)] dS \quad (4.9)$$

Esta expressão resulta da aplicação que Kirchhoff fez do seu teorema integral ao caso da fenda montada numa folha condutora, exactamente nas mesmas circunstâncias que Fresnel. Pode então fazer-se uma comparação das expressões, que podem ser igualadas, pois são a aplicação de dois métodos diferentes a uma mesma situação, e portanto o resultado deve ser o mesmo,

$$U(P) = \frac{Ae^{jkr_0}}{r_0} \iint_A \frac{e^{jks}}{s} K(\chi) dS = -\frac{j}{2\lambda} \frac{Ae^{jkr_0}}{r_0} \iint_A \frac{e^{jks}}{s} [1 + \cos(\chi)] dS \quad (4.10)$$

e resulta de imediato que

$$K(\chi) = -\frac{j}{2\lambda} [1 + \cos(\chi)]. \quad (4.11)$$

É assim alcançada uma expressão para o factor de inclinação por aplicação do teorema integral de Kirchhoff. Do princípio de Huygens-Fresnel retirou-se que se poderiam multiplicar as soluções encontradas para os campos na zona distante (potenciais vector e escalar) pelo factor de inclinação, $K(\chi)$, para chegar às expressões dos campos radiados.

No que diz respeito aos diagramas de radiação, pode-se considerar este factor como sendo

$$K(\chi) = \frac{1 + \cos(\chi)}{2}. \quad (4.12)$$

uma vez que os diagramas são um rácio entre módulos de campo.

É necessária uma última análise à figura 4.2. Como o ponto P_0 está muito afastado da abertura, o que resulta ter r_0 muito grande, pode considerar-se também que r_0 é normal ao plano que contém a abertura. Fixando o ponto P_0 , r_0 terá a mesma direcção do eixo z'

da figura 3.7, ao longo de toda a abertura. Em termos de diagramas de radiação, o ângulo χ é o ângulo entre s e o eixo z' , que é normal à folha. A conclusão imediata é que $\chi = \theta$ e o factor de inclinação, em termos de diagramas de radiação é dado por

$$K(\theta) = \frac{1 + \cos(\theta)}{2} \quad (4.13)$$

Foi visto até aqui que esta expressão para o factor de inclinação era tida como uma aproximação. De facto, realizar este produto é uma aproximação, mas como encontrado em [2], poderá produzir resultados satisfatórios.

As expressões para o campo radiado pela fenda, 3.25 e 3.26, diferem na fracção $\frac{1+\cos\theta}{2}$. Da secção anterior conclui-se que este factor é o factor de inclinação, que culmina no resultado dado pela expressão 4.13.

Quando se retira o condutor e se aplica o método das imagens como se fez na secção 3.4, considera-se a fenda montada em espaço livre. Não será possível ter uma fenda em espaço livre, assim como também não o é tê-la montada numa folha condutora infinita. Estas são aproximações usadas frequentemente para aliviar a complexidade deste tipo de problemas. Na realidade, a fenda estará sempre montada numa estrutura de dimensões finitas, e onde o fenómeno de difracção produz alterações aos campos radiados, à passagem da energia pela fenda.

Assim sendo, a expressão 3.25 traduz de forma correcta o comportamento do campo eléctrico radiado porque introduz o factor de inclinação, $K(\theta)$.

Capítulo 5

Impedância da fenda

Neste capítulo pretende-se fazer um estudo sobre a impedância da fenda. Vai-se recorrer ao princípio de Babinet para tentar prever o valor desta impedância. Primeiro vem a descrição do princípio, depois alguma discussão sobre o mesmo, e, finalmente, a aplicação ao caso em estudo nesta dissertação.

5.1 Analogia com as linhas de transmissão

É bem sabido que os guias de secção rectangular, a transmitir o modo TE_{10} são análogos às linhas de transmissão: o comportamento dos campos eléctrico e magnético dentro do guia terão o mesmo comportamento da tensão e corrente numa linha de transmissão em termos de andamento ao longo da direcção longitudinal. Nesta secção pretende-se detalhar esta analogia e chegar a um modelo final de linha de transmissão que será equivalente ao guia em curto circuito com a fenda montada na parede lateral.

Em [15] define-se que, na analogia com linhas de transmissão, as fendas podem ser consideradas admitâncias ou impedâncias ao longo da linha. Dependendo da posição das fendas e da parede do guia onde estão montadas, Stevenson conseguiu definir se essas fendas são equivalentes a uma admitância ou impedância em série ou em paralelo na linha de transmissão. A figura 5.1 mostra diferentes configurações de fendas em guia de onda. Cada uma dessas fendas é equivalente a uma impedância ou admitância em série ou em paralelo numa linha de transmissão.

no guia.jpg

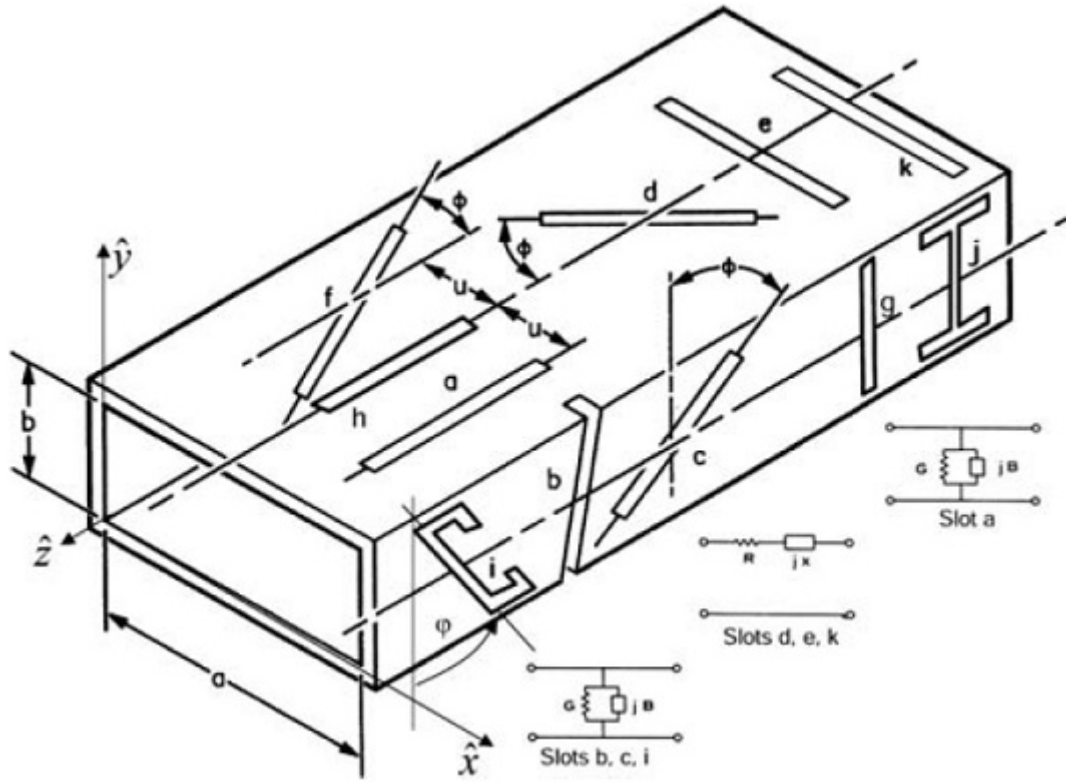


Figura 5.1: Diferentes tipos de fenda [5]

Nesta dissertação, a fenda em estudo é a fenda c da figura 5.1 com o ângulo $\phi = 90^\circ$. De acordo com [5], esta fenda é equivalente a uma impedância em paralelo numa linha de transmissão. O valor desta impedância é o valor medido ao centro da dimensão maior da fenda (figura 5.10).

Falta ainda considerar um último parâmetro que é a impedância característica da linha. Esta impedância tem de ser a impedância característica dentro do guia, ou seja, Z_{TE} . Além disso, a linha é considerada sem perdas uma vez que também o guia foi aproximado como não tendo perdas. O modelo de linha de transmissão final resultante da analogia entre guias de ondas e fendas está ilustrado na figura 5.2.

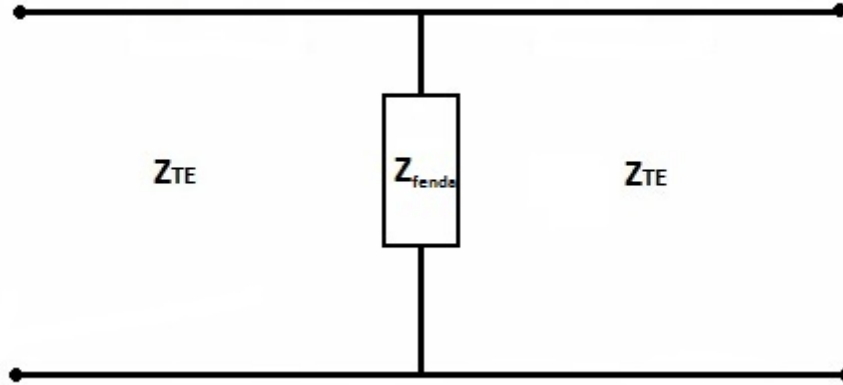


Figura 5.2: Modelo de linha com impedância equivalente ao guia com a fenda

Esta configuração, deduzida em [15], é válida para um guia de ondas infinito ou terminado com uma carga adaptada. No caso de estudo desta dissertação o guia é terminado em curto circuito. A linha equivalente considerando a terminação em curto circuito é a da figura 5.3.

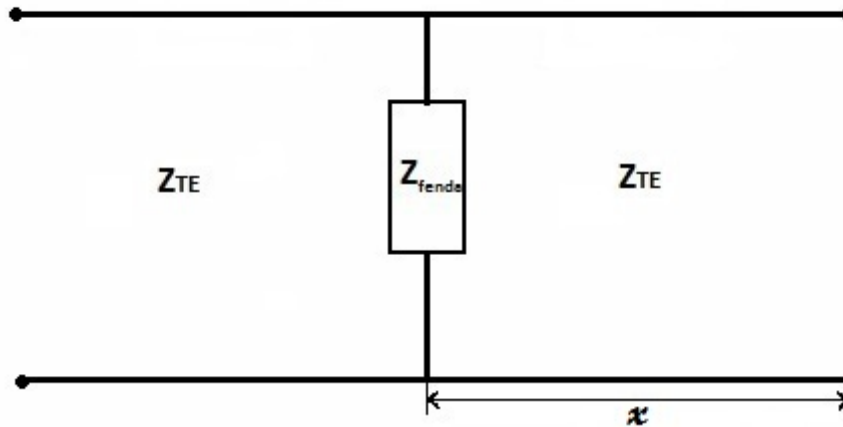


Figura 5.3: Modelo de linha com impedância equivalente ao guia com a fenda, ambos terminados em curto circuito

Para calcular a impedância da fenda sobre a linha, é necessário ter em conta o curto circuito. Numa linha de transmissão sem perdas, terminada em curto circuito, e com impedância característica Z_{TE} , a impedância ao longo da linha varia com

$$Z_x = jZ_{TE} \tan(k_z x) \quad (5.1)$$

em que x é a distância medida a partir do curto circuito. É necessário calcular a impedância no ponto x , considerado no centro da fenda.

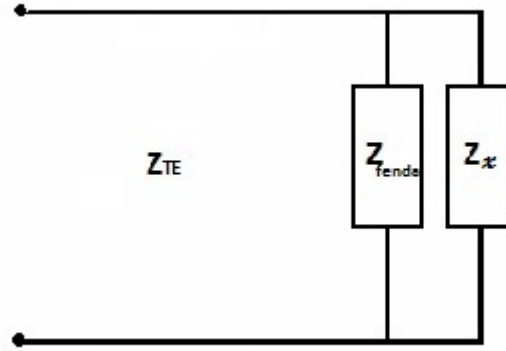


Figura 5.4: Z_x em paralelo com Z_{fenda} na linha

A linha de transmissão equivalente com impedância característica Z_{TE} será terminada com uma impedância equivalente Z_{eq} tal que

$$Z_{eq} = Z_{fenda} // Z_x \quad (5.2)$$

A distância x que se pré determinou no início deste trabalho é $x = \frac{3}{4}\lambda_z$. Aplicando à expressão 5.3 vem

$$Z_x = jZ_{TE} \tan(k_z \frac{3\lambda_z}{4}) = jZ_{TE} \tan(\frac{2\pi}{\lambda_z} \frac{3}{4}\lambda_z) = \infty \quad (5.3)$$

Este resultado é um circuito aberto, e é essa a impedância que deve ser colocada em paralelo com Z_{fenda} . Resulta que o modelo final de linha está determinado, e é o da figura 5.2, e será o modelo usado na parte experimental desta dissertação.

O que foi dito relativamente à analogia com linhas de transmissão é uma aplicação particular a este caso mas pode ser aplicado em qualquer outra configuração de fendas

em guia de secção rectangular. A posição da fenda no guia determina se a admitância correspondente está em paralelo ou em série na linha e o modelo equivalente pode ser obtido de igual forma. A figura 5.1 é uma referência completa.

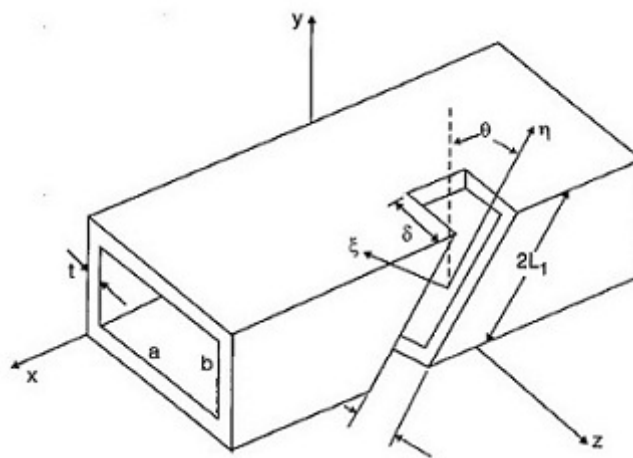
5.2 Fendas resonantes

Ao dimensionar um agregado de fendas, um dos objectivos é que esse agregado seja capaz de radiar o máximo de energia possível. Nas linhas de transmissão, isto acontecerá se a impedância equivalente do circuito for igual à impedância característica da linha.

Uma fenda resonante é definida neste contexto como uma fenda que corresponda a uma resistência, ou seja, a uma fenda que tenha uma impedância real pura.

Num guia de ondas de secção rectangular, a impedância característica é dada pela expressão apresentada na tabela 2.1 e vale, neste caso, $Z_{TE} = 528 \text{ } [\Omega]$. Esta impedância é sempre real pura num guia sem perdas, e por isso, a atenção dos investigadores está dirigida para fendas resonantes, porque se verifica ser mais fácil, neste caso, dimensionar um agregado de fendas completamente adaptado.

Em [16], são definidas vários tipos de fendas resonantes. Afirma-se aqui que as fendas montadas na parede fina de um guia de ondas apenas são resonantes se tiverem um comprimento aproximado a $a' = \frac{\lambda_0}{2}$ e se tiverem um ângulo de inclinação inferior a $\theta = 15^\circ$ para cada lado, em que θ é o ângulo representado na figura 5.5.



inclinada.jpg

Figura 5.5: Fenda com ângulo de inclinação θ na parede fina de um guia [6]

Depois deste artigo ser publicado, surgem variadíssimos outros estudos sobre fendas na parede fina, mas em que a fenda respeita este máximo de inclinação. Essas fendas cortam também a parede larga do guia, uma vez que, em termos de dimensões, os guias obedecem geralmente, à regra $b \leq \frac{a}{2}$ [5]. Com estas dimensões, o comprimento da fenda (aproximadamente $\frac{\lambda_0}{2}$ ou $\frac{\lambda_z}{2}$) implica um corte também na parede larga do guia aquando da sua construção.

Um exemplo deste tipo de fendas é o da figura 5.5, normalmente denominadas por 'edge-slots'.

Uma outra configuração para que as fendas sejam ressonantes na parede fina, é a de serem feitas com as extremidades alargadas, como na figura 5.6.

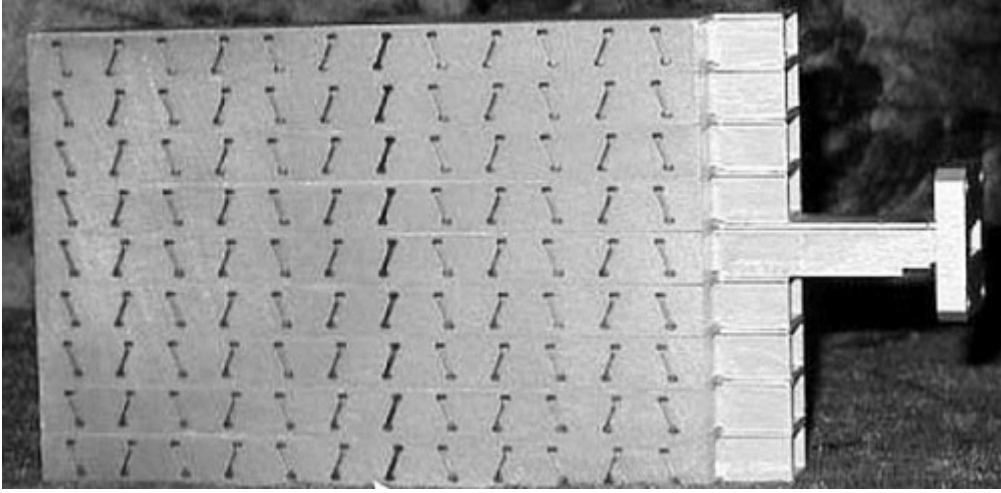


Figura 5.6: Fotografia de um agregado ressonante de fendas em paredes finas de guias de onda [5]

Foram feitas nesta dissertação várias tentativas de simular uma fenda longitudinal na parede fina do guia, na tentativa de perceber que tipo de impedância estas fendas podem ter, para terem sido já há muito tempo praticamente descartadas em termos de investigação. A motivação para estes testes é a de que não parece existir nenhuma justificação para que não se possam obter o mesmo tipo de resultados, em termos de impedância, para fendas na parede fina e na parede larga.

As simulações foram feitas de acordo com a figura 5.7, e usando os dados apresentados na tabela 2.1. O coeficiente de reflexão, S_{11} , foi medido à distância d do centro da fenda

para se obter o mesmo resultado que no centro da fenda.

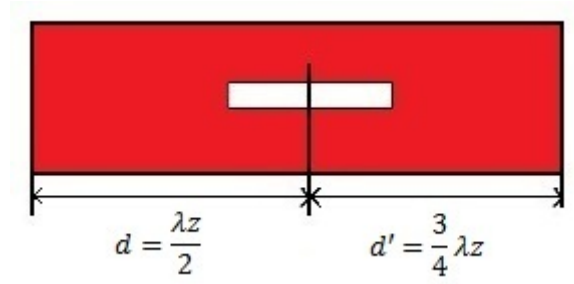


Figura 5.7: Modelo de reflexão de ondas dentro de um guia

Após várias simulações obtiveram-se alguns bons resultados de entre os quais se apresentam os melhores na tabela 5.1. Estes resultados foram obtidos variando as dimensões da fenda. Para cada par de dimensões da fenda, e num intervalo de frequências entre os 9 GHz e os 10 GHz , registou-se a frequência para a qual se obtém uma fase nula do parâmetro S_{11} , ou seja, S_{11} real puro. De acordo com a relação entre S_{11} e Z_{fenda} ,

$$Z_{fenda} = Z_{TE} \frac{1 - S_{11}}{1 + S_{11}} \quad (5.4)$$

resulta neste caso uma impedância real pura, ou seja, uma fenda resonante. As melhores simulações foram obtidas usando para o comprimento da fenda o valor $a' = 0.45\lambda_0 = 0.39\lambda_z$.

Nº	a' (mm)	b' (mm)	Frequência (GHz)
1	$0.45\lambda_0$	0.4	9.419485
2	$0.45\lambda_0$	0.45	9.41173
3	$0.45\lambda_0$	0.49	9.40583
4	$0.45\lambda_0$	0.5	9.4044
5	$0.45\lambda_0$	0.51	9.40298
6	$0.45\lambda_0$	0.52	9.40157
7	$0.45\lambda_0$	0.53	9.40018
8	$0.45\lambda_0$	0.54	9.39881
9	$0.45\lambda_0$	0.55	9.39745
10	$0.45\lambda_0$	0.6	9.39085
11	$0.45\lambda_0$	0.8	9.36732

Tabela 5.1: Variação da impedância da fenda com a altura b' para o valor $a'=0.45\lambda_0$

A simulação número 7 foi aquela em que se obteve o melhor resultado como mostra a figura 5.8, em que a fase do parâmetro S_{11} é nula para $f = 9.40018GHz$. Isto corresponde a um erro de $180 kHz$ em relação a $f = 9.4 GHz$, ou $2 \times 10^{-5} \%$. Esta percentagem de erro é inferior às percentagens especificadas pelos fabricantes de osciladores Gunn. Em [16] é relatado um desvio entre a teoria e os resultados obtidos de $50 MHz$. Face a estes dados, um erro de $180 KHz$ parece ser bastante reduzido.

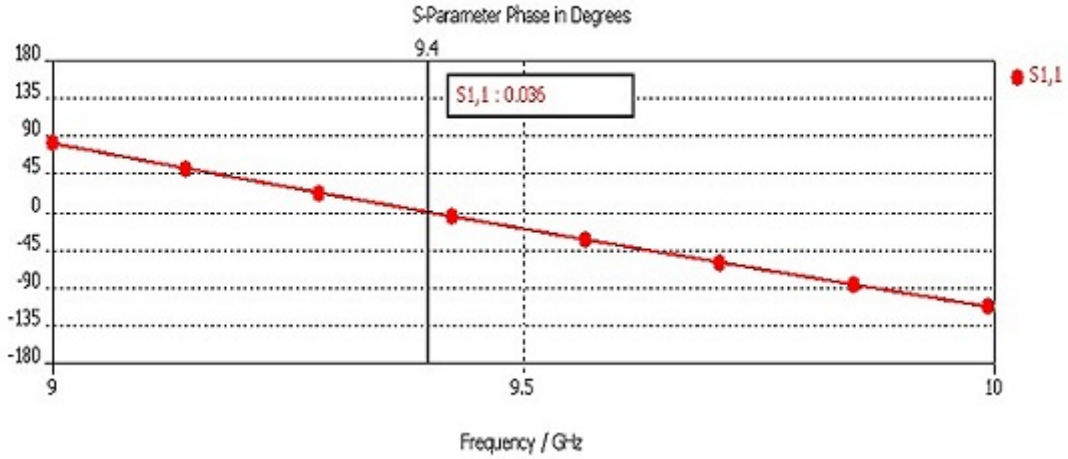


Figura 5.8: Fase do parâmetro S_{11} entre os 9 e os 10 GHz para a simulação nº 7

A figura 5.8 mostra o valor da fase do parâmetro S_{11} rigorosamente à frequência $f = 9.4 GHz$ que vale $0.036^\circ = 0.63 \times 10^{-3} rad$, pelo que pode ser considerada como sendo nula.

Se se considerar este valor como nulo, e considerando a expressão 5.4, será seguro afirmar que a fenda com as dimensões apresentadas na simulação número 7 é uma fenda ressonante. Estas simulações vêm contrariar o que foi dito em [16], onde se afirma não ser possível obter a ressonância neste tipo de fendas, e que parece ter sido encarado como um postulado. Talvez por este motivo os investigadores parecem ter abandonado as fendas longitudinais na parede fina.

5.3 Princípio de Babinet

O princípio de Babinet é usado em problemas de fendas, para o cálculo da sua impedância própria. No entanto, existem outros problemas onde pode ser usado. Na literatura

encontra-se informação relativamente ao princípio de Babinet, mas enquanto que em alguma literatura parecem ser confundidos conceitos, foi também encontrada outra com erros acerca do princípio.

O objectivo desta secção é descrever o princípio de Babinet, de forma clara e sucinta e enunciar as suas principais vantagens, mostrar em que tipo de problemas pode ser utilizado e porque não é possível a sua utilização em problemas de fendas montadas em guias de onda.

O princípio de Babinet como é usado em electromagnetismo não é o original mas antes uma extensão do princípio de Babinet da óptica. O princípio original da óptica está ilustrado na figura 5.9 pode ser descrito da seguinte forma: uma fonte de luz ilumina uma superfície. Entre a fonte e a superfície é colocado um obstáculo completamente opaco com orifícios de qualquer forma ou tamanho. A superfície ficará em parte iluminada e em parte sombreada devido à presença do obstáculo. Considere-se um obstáculo exactamente igual na forma e tamanho dos orifícios, mas em que aquilo que era feito de material opaco passa a ser feito de ar e aquilo que era ar passa a material opaco (basicamente, orifícios feitos de material opaco). Se se substituir o anterior obstáculo por este, então a área iluminada na presença do primeiro obstáculo quando somada à área iluminada na presença do segundo é a área total iluminada sem a presença de nenhum deles. Como esta condição se verifica para toda a área iluminada, pode-se considerar um qualquer ponto dessa área e afirmar o mesmo para esse ponto.

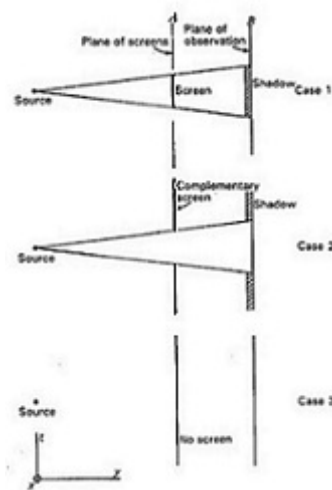


Figura 5.9: Princípio de Babinet com uma fonte de luz [7]

Ao primeiro obstáculo com orifícios chama-se um ecrã. Ao segundo obstáculo chama-se o ecrã complementar.

A extensão do princípio para o electromagnetismo não se altera mas onde se lê luz pode ler-se campo electromagnético, apenas com uma modificação: os obstáculos são feitos de material condutor perfeito em vez de material opaco e se o primeiro obstáculo for feito de material condutor magnético perfeito, então o segundo é feito de material condutor eléctrico perfeito e vice-versa. Este facto está ligado à polarização dos campos, que é algo que não é considerado na transmissão de luz. O objectivo agora é o de impedir a passagem dos campos no obstáculo, tal como era impedir a passagem de luz com o material opaco, e permitir a passagem dos campos pelos orifícios. Então, se se usarem fendas e tiras metálicas como obstáculos (uma tira metálica com as dimensões da fenda será o objecto complementar à fenda), o campo eléctrico tem de ser polarizado paralelamente à dimensão maior da tira para que seja impedido de passar nessa zona. Se os campos foram completamente impedidos de passar pela tira, então agora têm de passar totalmente através da fenda para o outro lado do obstáculo. Para que a passagem de energia pela fenda seja máxima, o campo magnético que tem de ser paralelo à dimensão maior da fenda, para que o campo eléctrico seja perpendicular, gerando uma diferença de potencial na dimensão menor da fenda, figura 5.10.

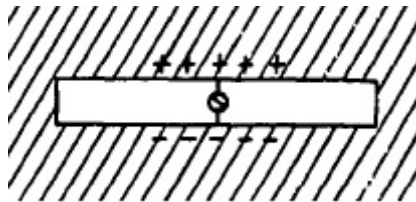


Figura 5.10: Fonte de tensão fictícia a alimentar uma fenda [8]

Apesar de se descrever o uso do princípio de Babinet no problema de fendas, a sua aplicação pode ser muito vasta, uma vez que o princípio sugere que praticamente qualquer estrutura feita de fios ou pedaços de metal possa ser traduzida numa outra semelhante. Nessa estrutura semelhante, o que era metal é agora ar e o que era ar é agora metal. A utilidade do princípio é a possibilidade de fazer esta tradução entre estruturas e obter uma estrutura complementar para a qual existam já soluções conhecidas, ou que simplifique a

solução do problema. O princípio pode ser aplicado a praticamente qualquer estrutura, porque na sua extensão para o electromagnetismo tem em consideração fenómenos de difracção e reflexão. Apesar da sua aplicação poder ser muito vasta, a literatura aponta normalmente para problemas de fendas. Há duas razões para as quais se mostra esta aplicação particular, que é também um caso de estudo desta dissertação: a demonstração do princípio torna-se fácil com este tipo de problemas e a sua aplicação para a resolução dos problemas de fendas, nomeadamente ao nível do cálculo da impedância de uma fenda, é a vantagem mais conhecida do uso desta técnica.

Imaginando agora a situação com a qual se descreveu o princípio, mas usando fontes de campo electromagnético em vez de fontes de luz, considere-se uma fonte de campo com um obstáculo à sua frente. Este obstáculo é uma folha de dimensões infinitas, feita de material condutor magnético perfeito, infinitamente fina, e tem uma fenda de dimensões idênticas à do guia como foi definido no capítulo 1, com um comprimento aproximado de $\frac{\lambda_z}{2}$, e de 2 mm de altura. Do outro lado do obstáculo considera-se um ponto P onde se pode medir um campo E_1 . A figura 5.11 ilustra a situação.

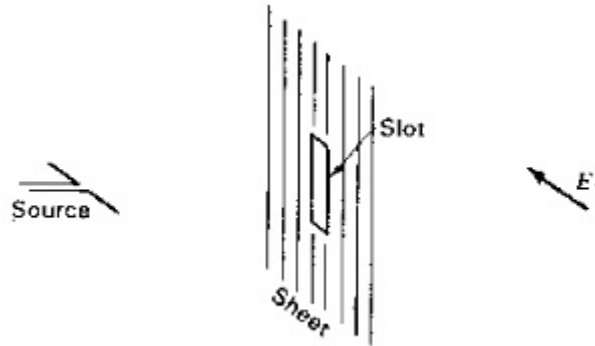


Figura 5.11: Campos radiados pelo dipolo atravessam o obstáculo apenas pela fenda [7]

A fonte de campo é um dipolo e a orientação do campo eléctrico incidente na folha e proveniente do dipolo é consistente com o que foi dito.

Considere-se agora a mesma fonte de campo e o mesmo ponto P . Substitui-se a folha fina com a fenda por uma tira de material condutor eléctrico perfeito. Esta tira tem as mesmas dimensões da fenda e é colocada à mesma distância da fonte e no mesmo sítio onde estava a fenda.

Agora o que se pretende é impedir a passagem do campo pela tira. Com a configuração da figura 5.11 este objectivo não é conseguido por causa da polarização do campo eléctrico. Pode-se fazer uma de duas coisas agora: a tira é colocada na mesma posição da fenda e a fonte de campo é rodada de 90° , ou a fonte mantém-se inalterada e a tira é rodada de 90° (figura 5.12). Desta forma a condição fronteira bloqueia a passagem de campo pela tira. Pode ler-se o campo eléctrico no ponto P e o valor é E_2 .

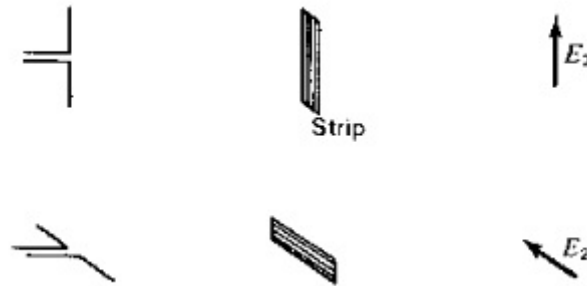


Figura 5.12: Campos radiados pelo dipolo atravessam o obstáculo à volta da tira [7]

Considere-se uma terceira situação em que apenas se considera a fonte de campo original e o ponto P , sem nenhum obstáculo entre eles. O valor de campo eléctrico lido no ponto P é E_0 (figura 5.13).



Figura 5.13: Campos radiados pelo dipolo sem presença de obstáculo [7]

O princípio de Babinet aplicado ao electromagnetismo afirma de forma absolutamente rígida, porque se usaram folhas infinitamente finas e de materiais condutores perfeitos [8], que a relação entre os campos lidos no ponto P nas 3 situações é:

$$E_0 = E_1 + E_2 \quad (5.5)$$

Dividindo por E_0 obtém-se

$$\frac{E_1}{E_0} + \frac{E_2}{E_0} = 1 \quad (5.6)$$

Este é o resultado do princípio de Babinet na sua extensão da óptica para o electromagnetismo. Esta extensão é absolutamente necessária porque tem em conta a polarização dos campos. Para aqui chegar foi usada uma folha com uma fenda montada e uma tira com as mesmas dimensões da fenda. Outras configurações podem ser usadas e o princípio mantém-se extremamente preciso desde que se use uma folha, tira ou outra forma com uma espessura infinitesimal [8].

Pode agora fazer-se uma análise das situações das figuras 5.11 e 5.12. Pode olhar-se para a primeira situação como uma onda incidente na folha, e em que parte dessa onda é transmitida e parte é reflectida. Isto foi mostrado atrás. Pode-se então modelar esta situação como uma linha de transmissão com admitância característica Y_0 e uma admitância em paralelo com a linha, Y_{fenda} , sem perda de generalidade (figura 5.14).

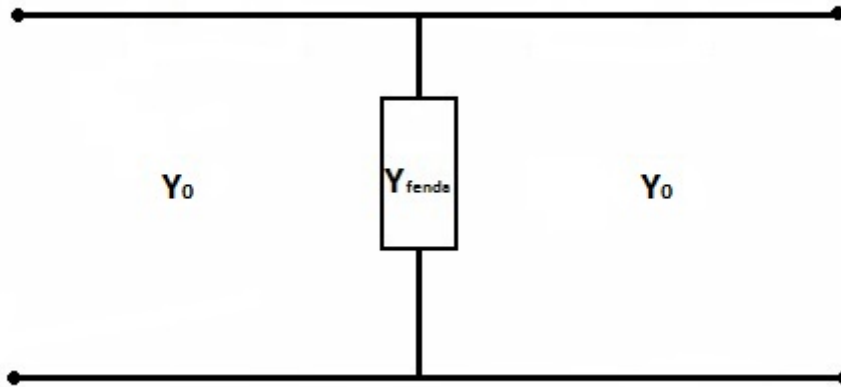


Figura 5.14: Modelo de linha equivalente à folha infinita com a fenda

Esta admitância terá o mesmo valor da admitância da fenda montada na folha, uma vez que o campo é transmitido através da fenda. Quando a onda incide na admitância, parte é reflectida e parte é transmitida. O coeficiente de transmissão da admitância Y_{fenda} , em termos de campo eléctrico e em função das admitâncias em jogo, é definido por

$$T_1 = \frac{2Y_0}{2Y_0 + Y_{fenda}} \quad (5.7)$$

[7]

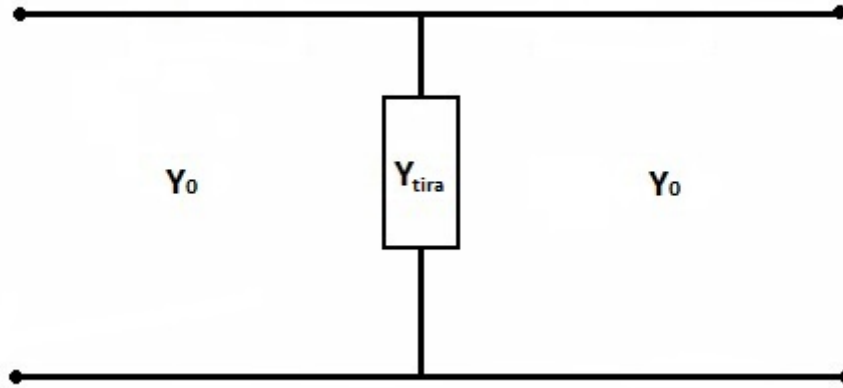


Figura 5.15: Modelo de linha equivalente à tira como obstáculo à passagem dos campos

De forma análoga, o mesmo pode ser dito para a tira de condutor eléctrico perfeito. Modelando a situação com linhas de transmissão, figura 5.15, define-se o coeficiente de transmissão

$$T_2 = \frac{2Y_0}{2Y_0 + Y_{tira}} \quad (5.8)$$

Inserindo estes coeficientes na expressão 5.6, visto que $T_1 = \frac{E_1}{E_0}$ e $T_2 = \frac{E_2}{E_0}$ chega-se a

$$Z_{fenda} Z_{tira} = \frac{Z_0^2}{4} \quad (5.9)$$

A expressão 5.9 deriva do princípio de Babinet e é a mesma que foi obtida em [8]. Relaciona as impedâncias da fenda feita na folha de condutor magnético perfeito e a impedância da tira feita de condutor eléctrico perfeito. Este é o uso mais comum do princípio de Babinet em electromagnetismo.

5.4 A tira metálica como um dipolo

O objectivo desta secção é o de calcular a impedância da tira metálica para que se possa aplicar essa impedância na expressão 5.9, resultante do princípio de Babinet, para chegar ao valor da impedância da fenda. Será feita uma equivalência entre a tira e um dipolo equivalente e a impedância desse dipolo será calculada. Esta tira metálica tem de ser alimentada para que possam medir os rácios tensão/corrente. Esta condição pode ser satisfeita fazendo uma abertura infinitesimal precisamente ao centro da tira (figura 5.16).



Figura 5.16: Tira metálica alimentada ao centro [8]

Esta tira condutora fina, para cálculo da sua impedância, pode ser aproximada por um condutor eléctrico perfeito, cilíndrico, e a sua alimentação é feita, como um qualquer dipolo, no centro do fio. O que se pretende agora é calcular a impedância deste dipolo equivalente à tira metálica. Este cálculo pode ser feito recorrendo a métodos numéricos que são bastante extensos. Na literatura podem-se encontrar diversos métodos, cada um com características mais vantajosas para diferentes aplicações. Parece haver consenso que o melhor método a usar para calcular a impedância de um dipolo é o método da fem induzida. No entanto este método deve ser aplicado apenas se o dipolo for considerado fino, ou seja, se o raio do condutor cilíndrico não for apreciável. Se o raio do condutor for suficientemente pequeno o resultado da aplicação do método da fem induzida é de que a impedância de um dipolo de meia onda alimentado ao centro, feito de material condutor perfeito e de raio desprezável é $Z_d = 73 + j42.5 \text{ } [\Omega]$. É então necessário determinar o raio do condutor e determinar depois se o dipolo pode ser considerado fino ou não. Em [3] pode-se encontrar uma tabela com a equivalência entre condutores com diferentes formas e um condutor cilíndrico de raio a_e (figura 5.17).

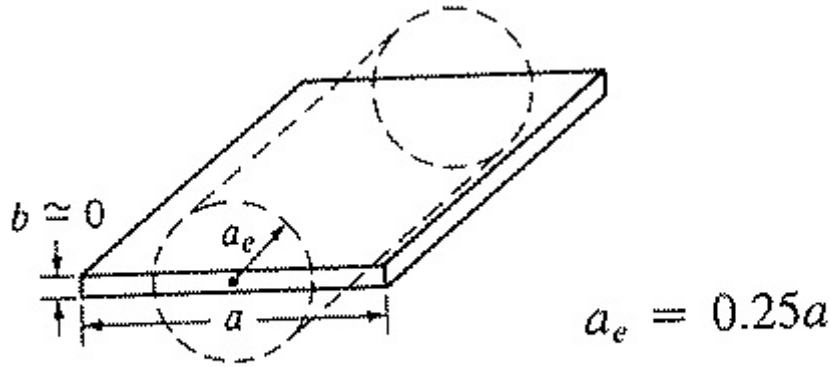


Figura 5.17: Equivalência entre tira e condutor cilíndrico [3]

Na figura 5.17 considera-se b a espessura infinitesimal até aqui usada e a dimensão a corresponde à altura da tira. Para a primeira fenda no guia, $a = 2mm$. Resulta que esta estrutura é equivalente a um dipolo feito de condutor cilíndrico de raio $a_e = 0.0005mm$. Foram encontradas na literatura mais que uma definição para distinguir entre um raio apreciável e um raio desprezável. Em [3] considera-se que o raio a_e é desprezável, tipicamente para valores de raio inferiores a $\frac{\lambda_z}{200}$. Neste caso teria-se

$$a_e < \frac{\lambda_z}{200} \Leftrightarrow a_e < 0,2234 \text{ mm} \quad (5.10)$$

Esta condição não se verifica pois $a_e = 0.25b' = 0.5 \text{ mm}$, e é necessário considerar os efeitos do raio do condutor. No entanto, outras condições encontradas na literatura sugerem que o raio do condutor seria desprezável. A única forma de ter a certeza é de calcular a impedância do dipolo tendo em conta o raio. Toda a literatura reconhece a impedância de um dipolo de meia onda como $Zd = 73 + j42.5 [\Omega]$, desde que o raio do condutor seja desprezável. Ao calcular a impedância de um dipolo de meia onda com raio $a_e = 0.5mm$ virá a resposta para a decisão de considerar ou não o raio apreciável, isto é, se a impedância for próxima de $Zd = 73 + j42.5 [\Omega]$ conhecida para condutores finos, então o raio será desprezável. Para calcular a impedância do dipolo recorreu-se às

seguintes fórmula, disponíveis em [5]:

$$Z_{dipolo} = R(k_z l) - j[120(\ln(\frac{l}{a_e}) - 1)\cot(k_z l) - X(k_z l)] \quad (5.11)$$

em que

$$R(k_z l) = -0.4787 + 7.3246k_z l + 0.3963(k_z l)^2 + 15.6131(k_z l)^3 \quad (5.12)$$

$$X(k_z l) = -0.4456 + 17.0082k_z l - 8.6793(k_z l)^2 + 9.6031(k_z l)^3 \quad (5.13)$$

e l é metade do comprimento do dipolo, ou seja, neste caso, $\frac{\lambda_z}{4}$. Esta fórmula foi derivada a partir da aplicação do método da força eletromotriz induzida, 'induced-emf', após algumas simplificações. A fórmula é válida para qualquer dipolo não muito mais comprido que $\frac{\lambda_z}{2}$, donde é válida para o caso de estudo desta dissertação [5]. Os resultados são $R(k_z l) = 72.517598$ e $X(k_z l) = 42.07505$, e, substituindo estes valores na expressão 5.11 vem, aproximadamente, $Z_{dipolo} = 72.5 + j42.1[\Omega]$.

Este resultado permite concluir que o raio é praticamente desprezável, uma vez que o resultado é bastante próximo do conhecido para um dipolo fino, que é $Z_d = 73 + j42.5[\Omega]$. Está então calculada a impedância pretendida e o resultado já pode ser inserido em 5.9 para achar a impedância da fenda. No entanto é necessário referir um aspecto fundamental: a impedância calculada para o dipolo é referida precisamente ao centro do dipolo. Como a alimentação do dipolo é feita ao centro para aplicação do método dos momentos, o valor resultante é a sua impedância de entrada. A impedância da fenda calculada usando a impedância do dipolo no ponto central é referida também ao centro da fenda, considerando a sua dimensão maior.

Aplicando então esta impedância do dipolo, que como se mostrou, é equivalente à tira, à expressão 5.9, vem

$$Z_{fenda} = \frac{Z_0^2}{4Z_{tira}} = \frac{Z_0^2}{4(72.5 + j42.1)} = 366 - j213 [\Omega] \quad (5.14)$$

5.5 Considerações sobre o princípio de Babinet

Uma vez exposto o princípio de Babinet, é agora importante tecer algumas considerações em relação a este princípio.

No artigo original, [8], o autor afirma que não seria possível estender o princípio da óptica sem as relações entre materiais, ou seja, se um ecrã é feito de condutor eléctrico perfeito, o outro tem de ser de condutor magnético perfeito. Evidentemente, não existem materiais condutores perfeitos mas estes materiais podem ser descritos ao nível teórico como materiais com as condições fronteira necessárias para a resolução do problema: o condutor eléctrico perfeito não permite campo eléctrico no seu interior e um condutor magnético perfeito não permite campo magnético. No entanto, em [3] é usado o condutor eléctrico perfeito em ambos os ecrãs, o que difere do artigo original. Se ambos forem do mesmo material, ocorrerá na mesma reflexão dos campos na zona condutora. Significa isto que, no caso da folha, feita de condutor eléctrico perfeito, com a fenda montada ocorre reflexão total na zona da folha. Se a tira com as dimensões da fenda também for feita de condutor eléctrico perfeito, ocorre na mesma reflexão total na tira, como era pretendido. Em [8], surgem os materiais complementares para se ter uma condição fronteira que impeça os campos de atravessarem esse material, uma vez que se rodaram os campos incidentes no obstáculo em 90° . Na realidade, os campos são à mesma impedidos de passar desde que o material seja condutor perfeito, eléctrico ou magnético. É então de concluir que, de facto, não é necessário que os ecrãs e os seus complementares sejam de materiais diferentes, em concordância com [3].

5.6 Aplicação do princípio de Babinet

O princípio de Babinet está intimamente ligado ao cálculo da impedância de fendas mas o seu domínio de aplicação é reduzido. A justificação para esta afirmação surge na figura 5.11: tanto o lado esquerdo como o direito do ecrã estão imersos num meio com impedância intrínseca Z_0 . No caso em estudo nesta dissertação tal não acontece porque a fenda radia para espaço livre, mas dentro do guia a impedância é o rácio entre as componentes transversais à direcção de propagação. Se se considerar a propagação ao longo do eixo

z , a impedância transversal é Z_{TE} e numa qualquer outra direcção, é a relação entre as componentes de campo eléctrico e magnético transversais a essa direcção. Não se pode então afirmar que, no caso em estudo, ambos os lados dos ecrãs estejam imersos num meio com a mesma impedância característica, assim como também não se pode afirmar para nenhum caso de guia com fendas nele montadas, ou ainda com a boca do guia a radiar para espaço livre. Daí que o modelo de linha de transmissão da figura 5.14 não seja adequado e, por consequência, também não o é o factor de transmissão T_1 . A conclusão imediata é de que o princípio de Babinet não é válido para fendas montadas em guias de onda. No entanto, é comum ver na literatura de carácter geral, a impedância de fendas associada ao princípio de Babinet, sem ter em conta este detalhe, que invalida a sua aplicação aos casos dos guias. Especificando, foram encontradas em [17],[11], [5], [13] e [18], referências à extensão de Booker do princípio como forma de calcular a impedância de uma fenda.

Há ainda a considerar mais dois factores que invalidam a sua aplicação no caso em estudo: o primeiro prende-se com o facto de Booker [8], no seu estudo ter considerado que a fenda está montada numa folha condutora de dimensões infinitas. No caso em estudo nesta dissertação, a fenda está montada na parede estreita do guia e este facto altera o valor da impedância da fenda [7], [3] e [8]. Têm-se resultados bastante diferentes num caso e noutro, ainda que considerando fendas de dimensões iguais, montadas em estruturas imersas em meios com a mesma impedância intrínseca. Este fenómeno está ligado à área total de condutor à volta da fenda [8] e obtêm-se portanto resultados diferentes para uma fenda montada em plano condutor infinito, numa folha com alguns comprimentos de onda, numa com as dimensões da parede estreita do guia ou até com as dimensões da parede larga do guia.

O outro factor a considerar é a espessura das paredes da folha ou do guia. Para uma fenda montada num guia de ondas, uma variação na espessura das paredes do guia pode produzir alterações significativas. Também para fendas montadas em folhas de dimensões infinitas, essas alterações acontecem com a variação da espessura da folha. É por isso que, em [8], o autor afirma que a extensão do princípio de Babinet só é válida para paredes de espessura muito fina.

Torna-se então importante tentar quantificar essas alterações para que se perceba

se são relevantes ou não, e tentar também perceber o que é uma parede de espessura desprezável. Foram feitas simulações recorrendo ao software CTS-MWS, do caso real do guia com a fenda considerando diferentes espessuras para as paredes do guia. Na tabela 5.2 apresentam-se os resultados mais relevantes, ou seja, aqueles em que se verificam alterações significativas com a variação da espessura das paredes do guia.

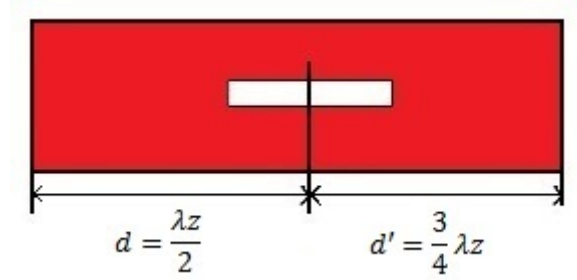


Figura 5.18: Distância d entre o ponto de leitura do parâmetro S_{11} e o centro da fenda

A figura 5.18 ilustra o guia simulado. A distância do centro da fenda até à entrada do guia, é $d = \frac{\lambda z}{2}$, para que na entrada do guia, onde o software faz a leitura do parâmetro S_{11} , o valor lido corresponda ao mesmo que no centro da fenda.

Espessura da parede (mm)	S_{11}	$Z_{fenda} (\Omega)$
10^{-5}	$0.614e^{j0.9}$	$536 + j827.7$
10^{-3}	$0.614e^{j0.9}$	$536 + j827.7$
10^{-2}	$0.614e^{j0.91}$	$527.7 + j821.3$
10^{-1}	$0.612e^{j0.95}$	$498.4 + j793.4$
0.3	$0.727e^{j0.79}$	$492.8 + j1079.6$
0.8	$0.754e^{j0.86}$	$389.7 + j1032.1$
1.2	$0.776e^{j0.92}$	$317.3 + j984.9$
1.5	$0.788e^{j0.99}$	$264.7 + j920$
1.54	$0.791e^{j0.98}$	$265.5 + j931.8$
1.6	$0.794e^{j0.99}$	$257 + j923.4$

Tabela 5.2: Variação da impedância da fenda com a espessura das paredes do guia

Da análise da tabela 5.2, não se encontram diferenças entre paredes de espessuras

10^{-5} e 10^{-3} , mas o valor da impedância da fenda já varia para o caso seguinte, para uma espessura de 10^{-2} . Pode-se concluir então que uma parede de espessura infinitesimal deverá rondar os 10^{-3} *mm*. Aumentando esse valor as variações do valor da impedância são significativas, e o efeito da espessura das paredes não poderá ser desprezado. Verifica-se que variações grandes da impedância da fenda são causadas apenas por variações também significativas da espessura das paredes do guia. Por exemplo, verifica-se uma pequena alteração entre as espessuras 1.5 *mm* e 1.6 *mm*.

Um guia com paredes de espessura aproximada de 10^{-3} *mm* é praticamente impossível (para não dizer impossível) de construir, o que confirma também a não validação da extensão de Booker do princípio de Babinet para o cálculo da impedância de uma fenda montada em guia de onda.

Capítulo 6

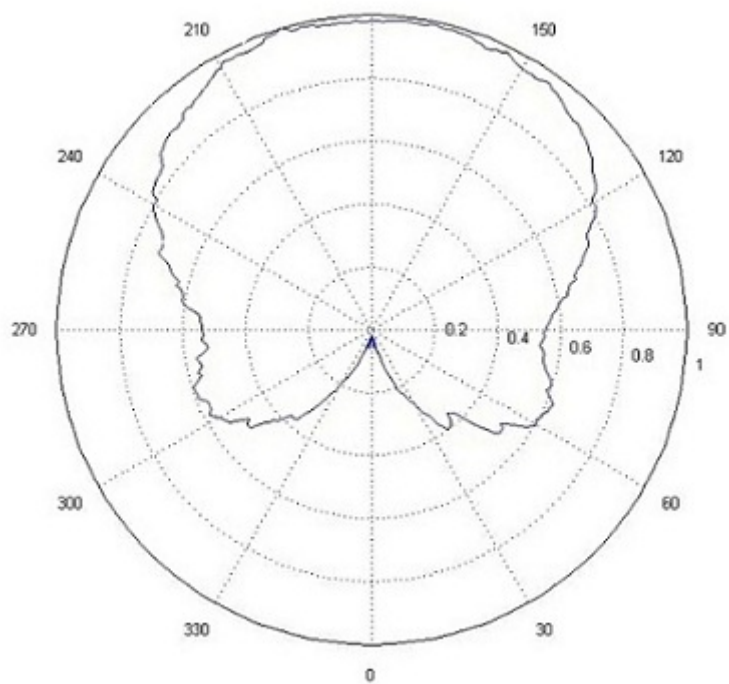
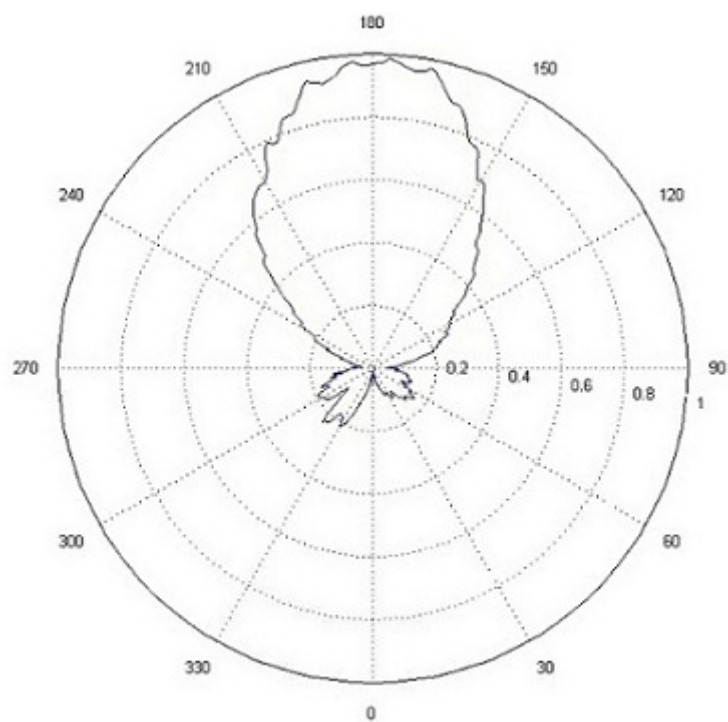
Resultados experimentais

Neste capítulo apresentam-se todos os resultados experimentais realizados ao longo desta dissertação. Pretende-se mostrá-los, discuti-los, e fazer a comparação com os resultados obtidos a nível teórico. A discussão está dividida em duas partes distintas: os diagramas de radiação e a impedância da fenda. Algumas questões relacionadas com a colocação da fenda, ou relacionadas com o projecto de fendas em guia de onda serão também discutidas e justificadas neste capítulo. Para justificar os resultados experimentais, há referências aos capítulos anteriores, onde se tentou prever o comportamento das características de radiação antes de serem feitas estas medições. No entanto, algumas previsões sobre o comportamento da fenda não são aplicáveis. A colocação e a impedância da fenda será alvo de discussão de fundo. Será mostrado porque não é possível apresentar um resultado teórico para a impedância da fenda, e como o resultado da medição dessa impedância justifica essa impossibilidade. A interpretação dos resultados obtidos terá uma componente teórica de suporte. Essa componente será discutida neste capítulo, acompanhando a discussão de resultados.

6.1 Análise de resultados

6.1.1 Diagramas de radiação

Os diagramas de radiação experimentais foram medidos numa camera anecóica do Instituto Superior Técnico. As figuras 6.1 e 6.2 apresentam os resultados destas medições.

Figura 6.1: Diagrama de radiação medido no plano E Figura 6.2: Diagrama de radiação medido no plano H .

Pode agora proceder-se à análise destes resultados, começando pela comparação do diagrama de radiação com o diagrama de radiação teórico, apresentados na figura 3.9, no plano H .

Comparando os dois diagramas de radiação, é notório que são bastante semelhantes. No entanto, têm algumas diferenças a assinalar. Na semi-circunferência inferior, onde se vêem dois lobos secundários em cada um dos diagramas, pode ver-se que os lobos obtidos a nível teórico são ligeiramente mais pequenos. Pode também ver-se que o lobo principal obtido experimentalmente é, embora não muito, ligeiramente mais largo que o esperado.

Na camera anecóica onde foram feitas estas medições, obtêm-se normalmente bons resultados na radiação para a frente, tendo os responsáveis pela câmara advertido para o facto de os resultados da radiação para trás do guia, ou seja, a semi-circunferência de baixo nos diagramas de radiação medidos não serem muito confiáveis, especialmente para valores de $\theta > 120^\circ$. É aliás prática comum, na análise de resultados no projecto de antenas, ter especial atenção aos diagramas de radiação para $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. Normalmente os resultados obtidos são satisfatórios e para outros valores de θ os resultados não são tão importantes [12]. Esta é uma característica de muitas cameras anecóicas, incluindo a câmara onde foram feitas as medições. Nestas condições seriam de esperar alguns desvios entre o diagrama teórico e o experimental. Outro aspecto que poderá ter contribuído para estas diferenças nos lobos secundários são as imperfeições da fenda que foi feita no guia. A figura 6.3 é uma fotografia que mostra o guia iluminado no seu interior com uma lanterna num ambiente quase sem luz, de modo a que apenas a fenda esteja iluminada.

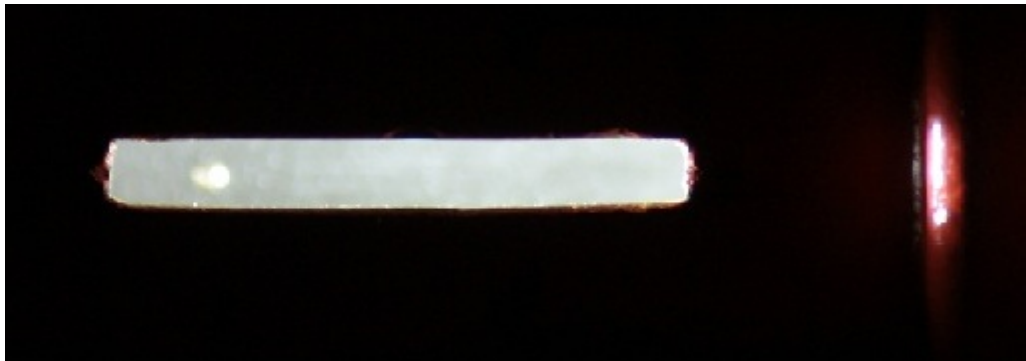


Figura 6.3: Fenda iluminada num ambiente escuro na mesma vista de perfil com foco na fenda

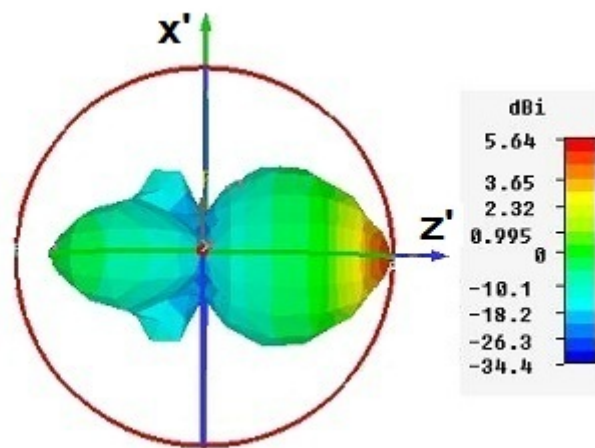
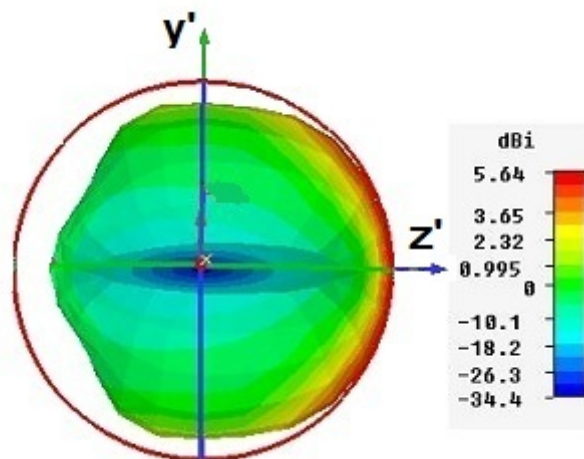
De facto, e sobre a fenda, as suas medidas não são de todo perfeitas: a fenda deveria ter um comprimento de $a' = \frac{\lambda_z}{2} = 2.234 \text{ cm}$ e o seu comprimento real é de aproximadamente, e no máximo, $a' = 2.05 \text{ cm}$ (aproximadamente igual a $0.46\lambda_z$). Também a altura da fenda, b' é diferente nas extremidades do rectângulo e ao longo da dimensão a' : foram medidos, aproximadamente 2.05 mm e 2.15 mm em cada uma das extremidades, quando esta distância deveria ser constante e 2 mm ao longo da dimensão maior. Além disso a fenda apresenta os cantos arredondados. Todas estas imperfeições interferem no campo sobre a abertura, e há, consequentemente, diferenças entre o integral das linhas de corrente sobre a abertura teórica e o integral das linhas de corrente ao longo da fenda imperfeita. Este efeito poderá provocar alterações nos diagramas de radiação e existem portanto várias razões para justificar as diferenças encontradas nos diagramas de radiação no plano H .

Procedendo agora para a comparação dos diagramas de radiação obtidos teórica e experimentalmente para o plano E , os dois são apresentados, respectivamente, nas figuras 3.8 e 6.1.

Também neste plano os diagramas de radiação apresentam semelhanças e diferenças a assinalar. Essas diferenças são basicamente as mesmas que existem entre os diagramas no plano H , já analisados: existem diferenças na radiação para trás do guia, nos dois lobos secundários e, na radiação para a frente, os resultados experimentais mostram um diagrama ligeiramente mais largo.

Tudo o que foi dito para justificar as diferenças nos diagramas no plano H pode ser reafirmado para o plano E , nomeadamente as limitações do método de medição e as imperfeições da fenda construída.

Os diagramas apresentados nas figuras 6.4 a 6.6 são simulados nesta dissertação no CTS-MWS.

Figura 6.4: Diagrama de radiação simulado, no plano H Figura 6.5: Diagrama de radiação simulado, no plano E

A figura 6.6 mostra o guia de ondas e uma perspectiva tridimensional dos campo eléctrico radiado.

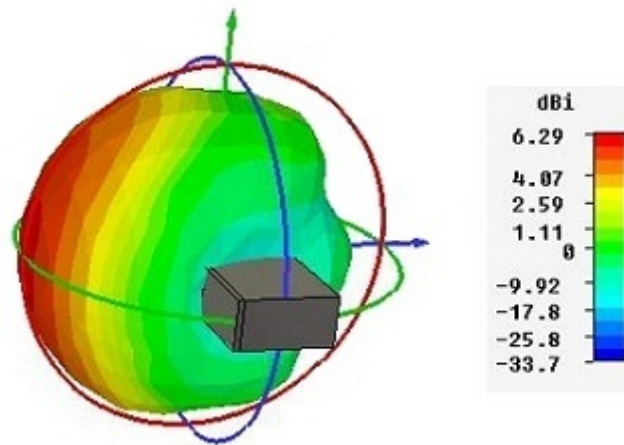


Figura 6.6: Diagrama de radiação 3D numa vista com o guia de ondas

Em [9], onde este tipo de fendas é estudado, não existe nenhuma referência ao princípio de Huygens-Fresnel ou a outra teoria de difracção. O autor afirma que os métodos analíticos são "intragáveis" e que, por isso, recorre a software de análise electromagnética. São ainda apresentados em [9] diagramas de radiação tri-dimensionais que são aqui apresentados nas figuras 6.7 e 6.8. Nestas figuras o campo eléctrico de maior intensidade é representado a vermelho, o que significa que o topo da figura corresponde a $\theta = 0$.



Figura 6.7: Diagrama de radiação simulado, numa perspectiva tridimensional do plano H [9]



Figura 6.8: Diagrama de radiação simulado, numa perspectiva tridimensional do plano E [9]

A fenda simulada em [9] apresenta uma distribuição de campo eléctrico idêntica à fenda em estudo nesta dissertação. As figuras mostram que existem diferenças tanto nos diagramas teóricos como nos medidos na câmara anecóica do Instituto Superior Técnico face os simulados para ângulos próximos de $\theta = 180^\circ$. Nos primeiros parece haver um zero para $\theta = 180^\circ$, o que não acontece nos simulados.

Na comparação entre os diagramas de [9] e os simulados aqui, parece haver pequenas diferenças também na radiação para trás. Estas diferenças deverão estar relacionadas com a vista dos diagramas apresentada em [9], uma vez as fendas em estudo são iguais. Posto isto, os diagramas simulados com o software CTS-MWS e os apresentados em [9] são considerados iguais, ou muito semelhantes.

Tem-se portanto, duas simulações a confirmar a não existência de um zero de radiação para $\theta = 180^\circ$, tanto no plano E como no plano H , e uma medição experimental e uma previsão teórica, baseada no princípio de Huygens, que revela a existência de um zero para esse valor de θ .

Na realidade, a simulação em software é a mais confiável, e esse zero detectado na radiação para trás do guia não existe. Tanto a teoria de Huygens como a medição na câmara anecóica estão erradas neste ponto em particular. A própria aplicação do princípio de Huygens parece ser a origem desta diferença. A aplicação desta teoria, como executada

no capítulo 4 aproxima apenas os resultados para valores de $\theta \leq 90^\circ$, ou seja, a radiação para a frente. Seria portanto de esperar que não se pudesse confiar no princípio de Huygens para $\theta \leq 90^\circ$, ou seja, na radiação para trás.

Relativamente à câmara anecóica, o problema que apresenta para não se poderem obter resultados sólidos na radiação para trás, é o de que o guia em estudo (ou qualquer outra antena) é colocado numa estrutura de suporte no ar. Essa estrutura está revestida com esponja feita de poliestireno, material não reflector. Na recolha de dados, a estrutura executa uma volta completa sobre o seu próprio eixo, o que faz com que quando ela roda $\theta = 180^\circ$, a estrutura revestida com a esponja esteja precisamente entre o guia e a antena receptora. Daí resulta que o resultado obtido na câmara para $\theta = 180^\circ$ deverá ser um nulo de campo eléctrico, ou pelo menos, um valor muito baixo. Daí que para este valor particular, e também para os ângulos adjacentes, não se terem valores medidos credíveis. Apesar disso, as simulações de [9] e as realizadas nesta dissertação provam que o valor correcto é diferente de zero para $\theta = 180^\circ$.

6.1.2 Impedância da fenda

Para calcular a impedância da fenda foram adoptados dois procedimentos distintos: mediu-se o coeficiente de reflexão no guia, em laboratório, com recurso a um guia ranhurado e a um oscilador Gunn para alimentação e seguindo o procedimento descrito em [19], e simulou-se o parâmetro S_{11} usando o software CTS-MWS.

Medição experimental

Na medição feita com recurso ao guia de medida ranhurado, foi colocado o guia com a fenda como carga do guia ranhurado. A montagem do equipamento para esta medição está ilustrada na figura 6.9.

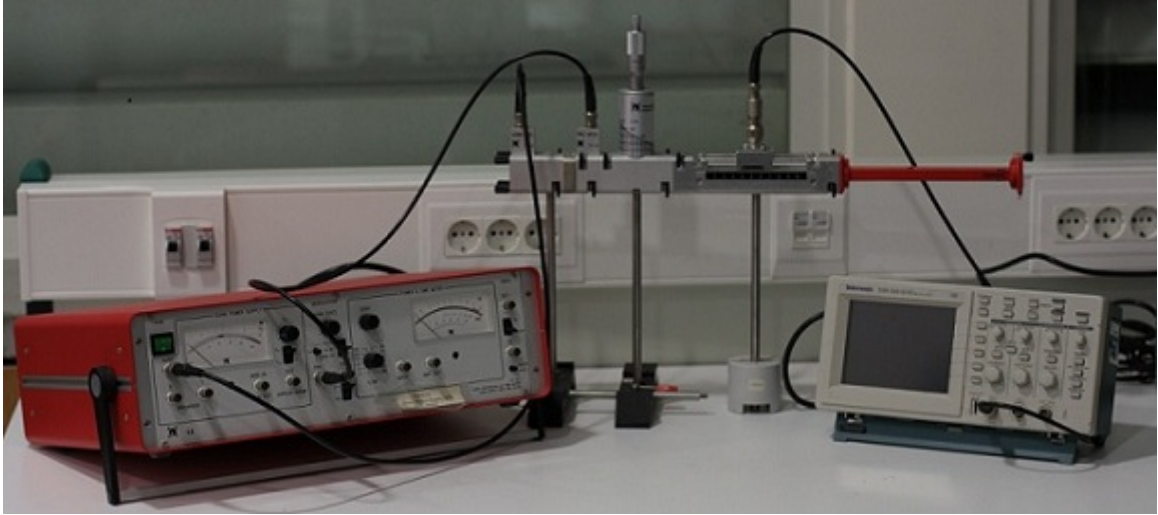


Figura 6.9: Montagem para medida do coeficiente de reflexão à entrada do guia com a fenda.

O factor de reflexão foi medido à entrada do guia. O resultado foi $S_{11} = 0.9e^{-j2.64}$. Vem que a impedância de entrada do sistema, normalizada, é dada por

$$z_{in} = \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}} = 0.056 - j0.26 \quad (6.1)$$

Simulação

Foram realizadas duas simulações diferentes para a medição do parâmetro S_{11} . Numa delas, considera-se que a fenda é um rectângulo perfeito, e que é colocada a uma distância exacta de $\frac{\lambda_z}{2}$ do curto circuito. Considera-se ainda que as suas dimensões eram aquelas que foram propostas no início do trabalho, ou seja, $a' = \frac{\lambda_z}{2} = 2.234 \text{ cm}$ e $b' = 2 \text{ mm}$. Na outra, considera-se que a fenda tem $a' = 2 \text{ cm}$ e $b' = 2 \text{ mm}$ e que está colocada a uma distância de $\frac{\lambda_z}{2} - 2 \text{ mm}$. Este segundo conjunto de dimensões da fenda é aquele que foi medido directamente no guia, depois de nele ter sido colocada a fenda. Verificou-se que a fenda estava cerca de 2 mm desviada da posição pretendida, e que não tinha o comprimento a' que havia sido definido no início do trabalho. A abertura no guia foi feita com recurso a um processo artesanal grosseiro, que originou estas diferenças. Estas medidas foram recolhidas com recurso a uma régua e portanto têm um erro associado à medição. O primeiro conjunto denomina-se por fenda ideal. O segundo denomina-se por

fenda real.

O guia com as dimensões reais foi simulado no software CST-MWS tendo sido obtido o valor para o coeficiente de reflexão $S_{11} = 0.84e^{-j2.88}$. Aplicando este resultado à expressão 6.1 resulta que $z_{in} = 0.088 - j0.13$.

Relativamente à simulação do guia com as dimensões ideais da fenda, os resultados obtidos foram $S_{11} = 0.82e^{-j2.81}$. Aplicando de novo a 6.1 vem $z_{in} = 0.1 - j0.167$.

Tabela 6.1: Tabela resumo dos resultados obtidos para a medição do coeficiente de reflexão

	Medição	Simulação fenda real	Simulação fenda ideal
S_{11}	$0.9e^{-j2.64}$	$0.84e^{-j2.88}$	$0.82e^{-j2.81}$
z_{in}	$0.056 - j0.26$	$0.088 - j0.13$	$0.1 - j0.167$

A tabela 6.1 resume os resultados obtidos em ambas as simulações e na medição experimental.

Em termos de parâmetro S_{11} , os resultados apresentam algumas diferenças. Da comparação entre simulações verificam-se ligeiras diferenças entre módulo e fase pelo que se vê que pequenas diferenças nas medidas ou no posicionamento das fendas afectam os resultados previstos. Os resultados obtidos na medição e na simulação da fenda real são bastante aceitáveis uma vez que as limitações devidas ao uso da régua, ou outro instrumento de medida, devido às imperfeições da fenda no guia, não permitem que se simule uma fenda completamente igual àquela que foi feita no guia.

Apesar destas dificuldades, os resultados são considerados bastante aceitáveis por serem muito próximos e por serem muito sensíveis ao posicionamento e dimensões da fenda.

6.2 Discussão de resultados

Discutem-se agora os resultados da secção anterior. Estes resultados foram já expostos e comentados, mas é agora necessária uma discussão mais profunda.

Há lugar também a algumas considerações do projecto de antenas por fendas em guia de onda, incluindo uma discussão sobre a literatura consultada. Haverá também lugar a mais algumas considerações acerca dos capítulos desta dissertação, e dos resultados a

que esses capítulos chegam. É necessário que estas considerações surjam nesta fase da dissertação porque o tema é extenso e um pouco complexo. O resultado foi o de que só foi possível prever alguns aspectos durante a própria análise de resultados. A discussão inclui todos os capítulos porque acabam por estar, de certa forma, todos ligados.

6.2.1 Discussão dos diagramas de radiação

Relativamente aos diagramas de radiação, foram já invocados os aspectos da construção da fenda para justificar as pequenas diferenças que exibem. No entanto há ainda uma análise mais rigorosa a ser feita. O princípio de Huygens-Fresnel, em conjunto com o teorema integral de Kirschhoff, que foram usados para explicar a difracção na fenda, são das primeiras teorias para descrever analiticamente este fenómeno. A resolução do integral de Kirschhoff sobre a superfície assinalada na figura 4.4, é aliás a primeira formulação matemática do problema [4]. Esta técnica é considerada uma aproximação, e é suficiente na análise da maior parte dos casos. No entanto, há casos em que esta modelação não obtém resultados satisfatórios, ou onde ocorrem desvios entre a teoria e a prática [20]. Como aproximação que é, tem as suas limitações, e poderá nem sempre ser a melhor técnica a usar. Este é mais um factor que poderá ter tido influência nas diferenças entre os diagramas de radiação, relativamente a valores de $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$.

Relativamente aos zeros obtidos nas simulações, figuras 6.4 e 6.5, a única explicação aceitável é a de que o princípio de Huygens-Fresnel parece explicar apenas a radiação para fora do guia, ou seja, para ângulos entre $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. Para qualquer outra teoria de difracção, os resultados deverão ser os mesmos uma vez que estas teorias tentam lidar com o efeito das margens da abertura à passagem da energia. As simulações no software ajudam a perceber esta falha na teoria.

Em [10], a teoria usada para chegar à expressão dos diagramas de radiação é a mesma que a usada nesta dissertação, o que leva à conclusão que as afirmações feitas para as teorias de difracção deverão estar correctas.

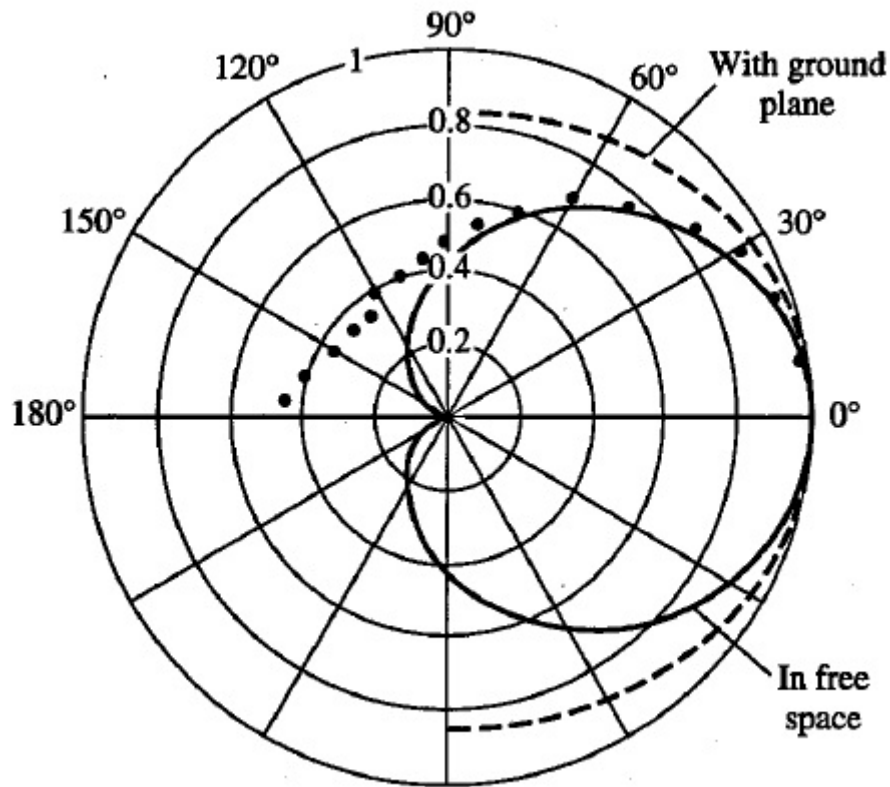


Figura 6.10: Diagramas de radiação medidos experimentalmente, a ponteados, e os calculados a partir da teoria de Huygens-Fresnel, a linha contínua. A linha tracejada corresponde ao diagrama de uma fenda montada em plano condutor infinito [10] , [11]

Pode ver-se na figura 6.10 o traçado dos diagramas de radiação para uma fenda montada em plano condutor infinito e num guia de ondas, medidos experimentalmente, ou calculados com recurso ao princípio de Huygens-Fresnel.

Surge nesta figura a confirmação das diferenças causadas pelas dimensões da parede onde está montada a abertura (infinita ou não) e a justificação para os resultados obtidos pela teoria de difracção que prevê um zero para $\theta = 180^\circ$, onde ele não existe.

Observa-se ainda a ponteados, o campo eléctrico medido que não tende para um nulo à medida que o ângulo θ tende para 180° .

Conclui-se também que os diagramas medidos na câmara anecóica do Instituto Superior Técnico não são confiáveis, no que diz respeito á radiação para trás do guia, para valores $120^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$.

Pode-se concluir, ainda assim, que os resultados são satisfatórios, ou seja, os resultados medidos experimentalmente estão em boa concordância com aquilo que era esperado obter, pela forma semelhante que os diagramas apresentam na radiação para a frente.

Normalmente, a literatura aponta para a aplicação de métodos numéricos computacionais como a melhor forma de estudar as fendas em guia de ondas, mas essa análise desvia-se do objectivo desta dissertação. No caso particular da difracção, a teoria geométrica da difracção, 'geometrical theory of diffraction' (GTD), surge hoje como a técnica analítica mais avançada para prever os efeitos do fenómeno. Outras técnicas como 'physical theory of diffraction' ou a 'spectral theory of diffraction' ou uma teoria híbrida entre a teoria geométrica de difracção e o método dos momentos (GTD-MM) podem ser usadas para tratar o fenómeno e cada uma destas técnicas tem as suas vantagens, desvantagens e áreas de aplicação [21]. Ainda assim, a aplicação do método dos momentos (MM) ou outro semelhante para resolver estes problemas consomem muitos recursos computacionais e de memória. Desde que surgiu a GTD, muitos autores têm tentado arranjar formas de reduzir este consumo, combinando as duas técnicas, como a GTD-MM. Este trabalho consiste na elaboração das equações integrais que são a solução do problema e a sua resolução através do método dos momentos. Foi já visto um exemplo semelhante a este método nesta dissertação visto que a expressão 5.11 é o resultado de uma técnica híbrida entre o método da fem induzida e métodos computacionais [5].

No entanto, como os resultados foram satisfatórios, a escolha da análise nesta dissertação recaiu sobre o princípio de Huygens-Fresnel, por ser uma técnica analítica e pela concordância entre os resultados esperados e os medidos na câmara anacóica. Para uma análise mais meticulosa, deverá haver lugar a uma pesquisa mais alargada, ou a uma análise electromagnética com um bom software comercial. Para a pesquisa na literatura, [14], [21] e [10] são boas referências.

6.2.2 Discussão da impedância da fenda

Não foi encontrada na literatura nenhuma expressão ou estudo que possa conduzir a uma expressão para o cálculo da impedância deste tipo de fendas, excepto a extensão de Booker [8] do princípio de Babinet. Existem muito poucos estudos sobre fendas longitudinais na

parede fina de guias de secção rectangular [22]. De facto, existe muita informação sobre fendas na parede fina de guias, a maior parte dedicados a agregados de fendas, mas as fendas são inclinadas, como a fenda c da figura 5.1 e em que o ângulo de inclinação ϕ não é, normalmente, superior a 15° , independentemente de as fendas estarem inclinadas para um lado ou para o outro. Estes estudos estão relacionados, geralmente, com cálculos mais precisos para o comprimento que tornará a fenda ressonante. Exemplos desses estudos estão em [23], ou como tornar um agregado de fendas inclinadas mais eficiente, como por exemplo em [24].

Na literatura de carácter geral, surgem expressões para calcular a condutância de fendas, tendo em conta diferentes posições que possam ter, montadas num guia de ondas. Normalmente, são as mesmas expressões deduzidas em [15] ou ligeiramente diferentes, por terem sido alvo de melhoramento, e são expressões apenas para a condutância porque tratam fendas ressonantes. Não há portanto, expressões para calcular a componente reactiva. Assim também acontece com os artigos consultados neste trabalho. O interesse é sempre o de que a fenda ou agregado de fendas radiem o máximo possível, e portanto o objecto de estudo são quase sempre fendas ressonantes. Em [15] pode encontrar-se uma expressão para a condutância dada por

$$g = \frac{30}{79\pi} \frac{\lambda_z}{\lambda} \frac{\lambda^4}{a'^3 b'} \left[\frac{\sin \theta \cos(\frac{\pi \lambda}{2 \lambda_z} \sin \theta)}{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_z^2} \sin^2 \theta} \right]^2 \quad (6.2)$$

Nesta expressão, $\theta = 90^\circ - \phi$, ou seja, o ângulo θ é o ângulo de inclinação da fenda medido a partir da horizontal. Neste artigo clássico, fica a sensação para o leitor de que esta expressão é válida para qualquer ângulo θ , o que é uma interpretação errada, embora a culpa seja do artigo e não do leitor. De facto, os resultados de [16] apoiam os de [5], e esta expressão é válida para o já referido máximo de 15° de inclinação de ϕ na figura 5.1.

Mesmo neste tipo de fendas, que são ressonantes, [25] e [26] apresentam resultados para a sua modelação, recorrendo ao método dos momentos e ao método dos elementos finitos. Até à publicação dos resultados destes dois artigos não existia nenhuma formulação simples para este tipo de fendas [5].

Não é objectivo desta dissertação descrever, analisar ou discutir fendas inclinadas, mas antes fendas longitudinais montadas na parede fina do guia. No entanto, a referência

a estas publicações serve para apoiar a afirmação de que não existe na literatura uma análise detalhada da impedância deste tipo de fendas, em vez de se afirmar que não foi encontrada nenhuma referência. É também de enfatizar que as fendas longitudinais na parede fina não podem, segundo [16] ser ressonantes, e por isso não são alvo de estudos.

A discussão sobre [15] mostra que fica por dizer, no artigo, que para manterem a condição de ressonância, as fendas têm de cortar as paredes largas em cima e em baixo, porque as dimensões do guia não violam a condição $b < \frac{a}{2}$ [5]. Por isso uma fenda vertical ou quase vertical, geralmente não cabe na parede fina, por causa do seu comprimento, uma vez que normalmente o comprimento a' da fenda é maior que a dimensão b do guia. O objectivo desta discussão é apenas o de clarificar que [15] não pode ser seguido para fendas longitudinais na parede fina, e portanto a expressão 6.2 não é válida para este tipo de fendas, além do que existem já outros estudos que aperfeiçoam as expressões aí encontradas.

Em [9] conduz-se um estudo com fendas longitudinais na parede fina de um guia de secção rectangular. A análise da fenda é toda ela feita com recurso a métodos computacionais, nomeadamente ao software HFSS. Apesar de existirem análises analíticas para aberturas muito pequenas na parede fina, não existe análise para quando as dimensões da fenda são comparáveis ao comprimento de onda, que é o caso nesta dissertação [9].

Capítulo 7

Conclusões

7.1 Considerações sobre o estudo realizado

Foi apresentado, nesta dissertação, um estudo sobre as características de radiação de uma fenda longitudinal na parede estreita de um guia de secção rectangular. Este estudo incidiu, depois de consideradas as questões relacionadas com o dimensionamento e posicionamento da fenda, em dois temas principais. Esses temas são os diagramas de radiação e a impedância da fenda. Outros temas derivados destes dois foram também abordados, entre os quais métodos para modelar o problema de aberturas radiantes, o fenómeno de difracção à passagem da energia electromagnética por aberturas, fendas resonantes, a clarificação do princípio de Babinet e discussão sobre a literatura.

Relativamente à análise dos diagramas de radiação, foram comparadas duas simulações em software de análise electromagnética, uma previsão teórica, e uma medição experimental. As duas simulações estão em concordância entre si e pode-se também considerar a previsão teórica em concordância com a medição experimental. No entanto os dois grupos de resultados não concordam entre si. A conclusão, já justificada, é de que as duas simulações ilustram de forma correcta os diagramas de radiação.

A impedância da fenda não pode ser comparada com nenhum resultado na literatura devido à falta de material científico. Ainda assim, o software CTS-MWS fornece um valor adequado do factor de reflexão, a partir do qual se calcula a impedância da fenda. As simulações realizadas para um guia de paredes com espessura de 1.4 mm mostram que estas fendas podem ser altamente indutivas.

O princípio de Babinet foi extensivamente estudado. A literatura de carácter geral tende a referi-lo como uma opção válida para o cálculo da impedância de fendas. Nesta dissertação mostra-se porque não pode ser aplicado se essas fendas estiverem montadas em guias de ondas.

Para modelar o problema da abertura, recorreu-se ao princípio das superfícies equivalentes e à dualidade das equações de Maxwell. Ambos os métodos são amplamente usados e podem ser encontrados em quase toda a literatura de carácter geral. Relativamente aos métodos, apenas é de assinalar os cuidados necessários nas aproximações usadas. Como já foi visto, considerar que a abertura está montada numa folha infinita e de espessura infinitesimal é algo que só deve ser feito no âmbito destes métodos, e que não se pode fazer este tipo de aproximações para chegar a resultados teóricos consistentes.

Existem várias teorias de difracção. Nesta dissertação optou-se por recorrer ao teorema integral de Kirchhoff e à teoria de Huygens porque os resultados obtidos poderem ser considerados satisfatórios, apesar de pequenas diferenças na radiação para a frente entre os diagramas teóricos e os medidos experimentalmente. Esta teoria não conseguiu prever a radiação para trás do guia. No entanto, em qualquer teoria de difracção, o objectivo é o de tentar prever o comportamento dos campos depois da energia passar o obstáculo. Fazendo a analogia com o caso em estudo nesta dissertação, a energia depois de ultrapassar um obstáculo é análoga à radiação para a frente do guia.

Quanto a fendas ressonantes, [16] define que uma fenda na parede larga só é ressonante se tiver um ângulo de inclinação inferior a 15° medido a partir da vertical. Todos os trabalhos científicos mais recentes sobre fendas na parede fina tratam fendas inclinadas ou verticais. As simulações apresentadas nesta dissertação mostram que uma fenda horizontal ou longitudinal na parede fina do guia pode ser efectivamente ressonante à frequência de trabalho. As suas dimensões são $a' = 0.45\lambda_0$ e $b' = 0.53 \text{ mm}$. Fica assim demonstrada a existência de fendas longitudinais ressonantes na parede fina de um guia de ondas. Esta é uma conclusão importante na perspectiva do projecto de antenas, visto que os agregados de fendas na parede fina são geralmente dimensionados e construídos com recurso a fendas inclinadas, pelo facto de, supostamente, apenas estas poderem ser ressonantes.

7.2 Perspectivas de trabalho futuro

Uma outra forma de aplicar o princípio de Huygens-Fresnel ao caso de uma abertura poderá produzir melhores resultados. Essa alternativa é agora discutida, tendo em perspectiva trabalho futuro.

Do capítulo 4, vem a definição do princípio de Huygens. Na figura 4.2, considerou-se uma carga pontual no ponto P_0 como a carga geradora da onda esférica que incide na abertura. Essa carga pontual é uma carga fictícia, presente num qualquer ponto de uma frente de onda. Esta aproximação é grosseira. Uma aproximação mais eficaz, que deverá produzir melhores resultados, aplicando na mesma o princípio de Huygens é de considerar uma onda plana incidente no plano que contém a abertura. Aí, em todos os pontos dessa onda plana que coincidem com a abertura, podem-se considerar cargas pontuais que dão agora origem às mesmas ondas de menor intensidade, formando um agregado de fontes infinitesimais separadas por distâncias infinitesimais. São estas fontes que constroem os diagramas de radiação, que deveriam ser iguais aos de um dipolo de $\frac{\lambda_z}{2}$. Depois de modelar desta forma a passagem de energia pela fenda para fora do guia, pode-se aplicar, por exemplo, uma distribuição óptima de Dolph-Tchebyscheff [7], como forma de prever os diagramas de radiação.

Apesar de os resultados serem considerados satisfatórios, há ainda margem para aperfeiçoar a radiação pela fenda, recorrendo ou ao princípio de Huygens, como exposto atrás, ou a outras teorias de difracção, a métodos computacionais, ou modelos híbridos entre os dois últimos. Este trabalho futuro só fará sentido se, em termos de projecto for necessário moldar os diagramas de radiação de uma forma muito precisa.

Em relação à impedância da fenda, parâmetro fundamental no dimensionamento de um agregado, é necessário muito trabalho para elaborar um método analítico que tenha em consideração a espessura das paredes do guia. Este trabalho não é normalmente seguido porque é moroso e que requer muita dedicação. Actualmente, a tendência é a de evitar a elaboração de métodos teóricos, e recorrer ao software de análise electromagnética existente.

Em [9] dimensionam-se dois tipos de agregados com fendas deste tipo, para aplicações de alta potência, com recurso a software de análise electromagnética. Alguns resultados

simulados são aí apresentados. Surge então a necessidade de trabalho futuro sobre este tipo de fendas, assim as suas aplicações o exijam. Em termos científicos, há certamente margem para muito desenvolvimento, a todos os níveis do projecto deste tipo de antenas.

Bibliografia

- [1] Isabel Ventim Neves, *Propagação e Radiação*, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2010-2011.
- [2] Sophocles J. Orfanidis, *Electromagnetic waves and antennas*, 2008.
- [3] C.A. Balanis, *Antenna theory: analysis and design*, John Wiley, 2005.
- [4] Max Born & Emil Wolf, *Principles of optics 7th (expanded edition)*, Press Syndicate of the University of Cambridge, 1999.
- [5] J.L. Volakis, *Antenna engineering handbook*, McGraw-Hill, 2007.
- [6] V.V.S. Prakash, S. Christopher, and N. Balakrishnan, “Sidewall inclined slot in a rectangular waveguide: theory and experiment”, *Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings -*, vol. 145, no. 3, pp. 233 –238, jun 1998.
- [7] J.D. Kraus, *Antennas*, McGraw-Hill series in electrical engineering. McGraw-Hill, 1988.
- [8] H.G. Booker, “Slot aerials and their relation to complementary wire aerials (babinet’s principle)”, *Electrical Engineers - Part IIIA: Radiolocation, Journal of the Institution of*, vol. 93, no. 4, pp. 620 –626, 1946.
- [9] Naga Ravi Kanth Devarapalli, *Rectangular waveguide narrow-wall longitudinal-aperture antenna arrays for high power applications*, PhD thesis, The University of New Mexico Albuquerque, New Mexico, 2009.
- [10] C.A. Balanis, *Advanced Engineering and Electromagnetics*, John Wiley & Sons, 2011.
- [11] Warren L. Stutzman and G.A. Thiele, *Antenna theory and design*, J. Wiley, 1998.

- [12] R.E. Collin, *Antennas and radiowave propagation*, McGraw-Hill series in electrical engineering. McGraw-Hill, 1985.
- [13] Samuel Silver, *Microwave antenna theory and design*, Peter Peregrinus Ltd, 1984.
- [14] E. V. Jull, *Aperture antennas and diffraction theory*, Peter Peregrinus Ltd, 1981.
- [15] A. F. Stevenson, “Theory of slots in rectangular wave”, *Journal of Applied Physics*, vol. 19, no. 1, pp. 24 –38, jan 1948.
- [16] W.H. Watson, “Resonant slots”, *Electrical Engineers - Part IIIA: Radiolocation, Journal of the Institution of*, vol. 93, no. 4, pp. 747 –777, 1946.
- [17] C.M. Butler, Y. Rahmat-Samii, and R. Mittra, “Electromagnetic penetration through apertures in conducting surfaces”, *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. EMC-20, no. 1, pp. 82 –93, feb. 1978.
- [18] W.K. Chen, *The electrical engineering handbook*, AP Series in Engineering Series. Elsevier Academic Press, 2005.
- [19] M. de Abreu Faro, *Propagação e Radiação de Ondas Electromagnéticas*, 1984.
- [20] C. J Bouwkamp, *Diffraction theory: a critique of some recent developments*, New York: Courant Institute of Mathematical Sciences, New York University, 1953.
- [21] G.L. James and Institution of Electrical Engineers, *Geometrical theory of diffraction for electromagnetic waves*, IEE electromagnetic waves series. P. Peregrinus on behalf of the Institution of Electrical Engineers, 1986.
- [22] Y.H. Kim and H.J. Eom, “Radiation from longitudinal slots on the narrow wall of a rectangular waveguide”, *Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE*, vol. 7, pp. 641 –644, 2008.
- [23] Mohammad Hakkak Abbas Ali Heidari, Keyvan Forooraghi, “Reducing resonant length of sidewall-inclined slots in a rectangular waveguide”, *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 37, pp. 222–226, 2003.

- [24] Zhang Yu-mei, Zhang Zu-ji, and Lu Xiao-peng, “Design of ultralow sidelobe antenna arrays with inclined slots in the narrow wall of rectangular waveguide”, in *Radar Conference, 2003. Proceedings of the International*, sept. 2003, pp. 437 – 441.
- [25] D.-C. Chang, C.-G. Jan, and Y.-H. Yang, “A semi-theoretical design procedure for the linear edge slot arrays”, in *Microwave Conference Proceedings, 1993. APMC '93., 1993 Asia-Pacific*, 1993, vol. 1, pp. 1–78 –1–82 vol.1.
- [26] V.V.S. Prakash, S. Christopher, and N. Balakrishnan, “Method-of-moments analysis of the narrow-wall slot array in a rectangular waveguide”, *Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings -*, vol. 147, no. 3, pp. 242 –246, jun 2000.
- [27] J. Rodrigues, “Estudo comparativo, realização, teste e simulação de duas antenas wi-fi constituídas por guias de onda com fendas”, Master’s thesis, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 2010.
- [28] J. Monteiro, “Projecto, realização e estudo comparativo de 2 agregados de fendas”, Master’s thesis, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, 2011.

